

دانشگاه محقق اردبیلی

دانشکده‌ی علوم

گروه آموزشی فیزیک

پایان‌نامه برای دریافت درجه‌ی کارشناسی ارشد  
در رشته‌ی فیزیک گرایش حالت جامد

**عنوان:**

**بررسی تأثیر فونون در مشخصه جریان ولتاژ و رابطه جریان فاز پیوندهای  
جوزفسون SIS و SFS**

استاد راهنما:

دکتر محمد حمدی پور

استاد مشاور:

دکتر مقصود سعادت‌نیازی

پژوهشگر:

نسیم مکارمی‌نیا

تابستان ۱۳۹۶

|  |                        |
|--|------------------------|
| نام خانوادگی دانشجو: مکارمی نیا  | نام: نسیم              |
| عنوان پایان نامه:<br>بررسی تاثیر فونون در مشخصه جریان ولتاژ و رابطه جریان فاز پیوندهای جوزفسون SIS و SFS   |                        |
| استاد راهنما: دکتر محمد حمدی پور<br>استاد مشاور: دکتر مقصود سعادت نیاری  |                        |
| مقطع تحصیلی: کارشناسی ارشد   | رشته: فیزیک            |
| گرایش: حالت جامد   | دانشگاه: محقق اردبیلی  |
| دانشکده: علوم  | تاریخ دفاع: ۱۳۹۶/۰۶/۲۹ |
|  | تعداد صفحات: ۱۱۰       |
| <p>چکیده: با توجه به افزایش روزافزون مطالعات بر روی پیوندهای جوزفسون و با توجه به کاربردهای متنوعی که این سیستم در صنایع مختلف دارد مطالعه این سیستم‌ها ضروری به نظر می‌رسد. هدف اصلی در این پژوهش، رسیدن به رهیافتی است که بتواند تاثیر فونون‌ها را در انواع پیوند های جوزفسون توجیه کند. می‌خواهیم بررسی کنیم که تاثیر فونون بر رفتار پیوندهای جوزفسون به چه صورت است؟ آیا ارتعاشات فونونی می‌تواند بر روی مشخصه جریان ولتاژ پیوند جوزفسون که در آزمایشگاه به راحتی قابل اندازه‌گیری است اثر گذارد و اگر آری این اثر به چه صورت خواهد بود؟ فرض های اولیه‌ی ما در این پژوهش این است که ابررساناهای دو طرف سیستم از معادلات BCS نظریه‌ی گینزبورگ لاندائو پیروی می‌کنند. از اثرات لبه‌ای در این پژوهش صرف‌نظر می‌کنیم و فرض ما آن است که پیوند جوزفسون یک سیستم دو بعدی است و یک بعد آن به خاطر تقارن حذف می‌شود.</p> |                        |
| کلید واژه‌ها: ابررسانایی، ابررسانای دمای بالا، پیوند جوزفسون، فونون  |                        |

## فهرست مطالب

| شماره و عنوان مطالب | صفحه |
|---------------------|------|
|---------------------|------|

### فصل اول: مقدمه ای بر ابرسانایی

|  |    |
|--|----|
| ۱-۱- کشف ابرسانایی .....                   | ۲  |
| ۲-۱- برهم کنش الکترون - الکترون مؤثر ..... | ۳  |
| ۳-۱- برهم کنش الکترون - فونون .....        | ۵  |
| ۴-۱- نظریه ی BCS .....                     | ۶  |
| ۵-۱- جفت های کوپر .....                    | ۸  |
| ۶-۱- اثر جوزفسون .....                     | ۱۳ |
| ۷-۱- اثر جوزفسون DC .....                  | ۱۴ |
| ۸-۱- اثر جوزفسون AC .....                  | ۱۹ |

### فصل دوم: فونون و پیوند جوزفسون

|  |                              |
|--|------------------------------|
| ۱-۲- فونون .....                                       | Error! Bookmark not defined. |
| ۲-۲- مدهای بهنجار شبکه ی براوه ی تک اتمی یک بعدی ..... | Error! Bookmark not defined. |
| ۳-۲- مدهای بهنجار شبکه ی یک بعدی با پایه .....         | Error! Bookmark not defined. |
| ۴-۲- مدهای بهنجار شبکه ی سه بعدی .....                 | Error! Bookmark not defined. |
| ۵-۲- مدهای بهنجار شبکه ی سه بعدی با پایه .....         | Error! Bookmark not defined. |
| ۶-۲- تقریب پیوند قوی .....                             | Error! Bookmark not defined. |
| ۷-۲- جریان تونل زنی S-I-S .....                        | Error! Bookmark not defined. |

### فصل سوم: بررسی نظری تاثیر فونون در مشخصه جریان ولتاژ پیوندهای جوزفسون جفت شده

|       |   |                              |
|-------|---|------------------------------|
| ۱-۳   | مقدمه   | Error! Bookmark not defined. |
| ۲-۳   | محاسبه جریان مستقل از زمان (DC)   | Error! Bookmark not defined. |
| ۳-۳   | بدست آوردن جریان (DC) با استفاده از تعریف رابطه‌ی دی‌الکتریک                                      | Error! Bookmark not defined. |
| ۴-۳   | محاسبه جریان مستقل از زمان (DC) با روشی دیگر  | Error! Bookmark not defined. |
| ۵-۳   | محاسبه جریان با استفاده از روش کوانتومی   | Error! Bookmark not defined. |
| ۶-۳   | محاسبه جریان در ولتاژ پایین   | Error! Bookmark not defined. |
| ۷-۳   | محاسبه جریان در ولتاژ ثابت و متغیر  | Error! Bookmark not defined. |
| ۱-۷-۳ | محاسبه جریان در پتانسیل ثابت  | Error! Bookmark not defined. |
| ۲-۷-۳ | محاسبه جریان و پتانسیل کند تغییر  | Error! Bookmark not defined. |
| ۳-۷-۳ | حالتی که در آن علاوه بر پتانسیل کند تغییر یک پتانسیل تند تغییر کوچک نیز در سیستم وجود داشته باشد. | Error! Bookmark not defined. |

### فصل چهارم: شبیه سازی روابط و بدست آوردن نتایج

|     |   |                              |
|-----|---|------------------------------|
| ۱-۴ | تأثیر فونون در پیوند جوزفسون                                | Error! Bookmark not defined. |
| ۲-۴ | محاسبه پهنای قله  | Error! Bookmark not defined. |
| ۳-۴ | شبیه سازی تأثیر فونون در یک شبکه یک بُعدی با پایه‌ی دو اتمی | Error! Bookmark not defined. |
| ۴-۴ | محاسبه مکان قله و شبیه سازی رابطه پاشندگی                   | Error! Bookmark not defined. |
| ۵-۴ | شواهد تجربی   | Error! Bookmark not defined. |
| ۶-۴ | بررسی پیوند SFS   | Error! Bookmark not defined. |
|     | نتیجه گیری  | Error! Bookmark not defined. |
|     | فهرست منابع و مآخذ  | Error! Bookmark not defined. |
|     | پیوست ۱   | Error! Bookmark not defined. |

- شکل ۱-۱- وابستگی دمای میدان بحرانی  $H_{cm}$  ..... ۳
- شکل ۱-۲- (الف) نمونه‌ای از پیوند جوزفسون، گرادیان فاز  $\nabla\theta$  با عبور در امتداد خط چین از نقطه‌ی ۱ به نقطه‌ی ۲ بدست می‌آید. (ب) پارامتر نظم مختلط از بین مقادیر متغیری از  $\psi_1$  به  $\psi_2$  در طول خط مستقیم (۱-۲) واقع در صفحه‌ی مختلط  $\psi$  می‌گذرد. .... ۱۵
- شکل ۱-۳- نمودار تراز انرژی یک پیوند تونلی جوزفسون با ولتاژ معین اعمال شده (۷). ترازهای ۱ و ۲ به اندازه‌ی  $2eV$  از هم فاصله گرفته‌اند. .... ۱۷
- شکل ۱-۴- مدل پیوند جوزفسون در اتصال موازی با مقاومت. ابر جریان شارشی از پیوند  $I_s = I_c \sin \varphi$  است. .... Error! Bookmark not defined.
- شکل ۱-۵- ولتاژ دو سر پیوند جوزفسون در  $I > I_c$  ..... Error! Bookmark not defined.
- شکل ۱-۶- مشخصه‌ی جریان، ولتاژ در یک پیوند جوزفسون. .... Error! Bookmark not defined.
- شکل ۱-۲- در هر لحظه یونی که مکان تعادل آن  $na$  است به اندازه‌ی  $u(na)$  از وضعیت تعادلی خود جابه‌جا می‌شود و فقط یون‌های همسایه با هم بر هم کنش می‌کنند. .... Error! Bookmark not defined.
- شکل ۲-۲- شرط مرزی دوره‌ای یا بورن - فون کارمن. .... Error! Bookmark not defined.
- شکل ۲-۳- منحنی پاشندگی برای یک زنجیره‌ی خطی تک اتمی با برهم‌کنش‌هایی بین نزدیکترین همسایه‌ها. .... Error! Bookmark not defined.
- شکل ۲-۴- زنجیره‌ی خطی دو اتمی از اتم‌های یکسان، با فترهایی با دو قدرت متفاوت. .... Error! Bookmark not defined.
- شکل ۲-۵- رابطه‌ی پاشندگی برای زنجیره‌ی خط دو اتمی. شاخه‌ی بالایی شاخه‌ی اپتیکی و شاخه‌ی پایینی، شاخه‌ی آکوستیکی است. .... Error! Bookmark not defined.
- شکل ۲-۶- مدهای با طول موج بلند الف) آکوستیکی و ب) اپتیکی ..... Error! Bookmark not defined.
- شکل ۲-۷- الف) مد آکوستیکی ب) مد اپتیکی زنجیره‌ی خطی دو اتمی. .... Error! Bookmark not defined.
- شکل ۲-۸- منحنی پاشندگی نوعی برای بسامدهای مُد بهنجار در شبکه‌ی براوه‌ی تک اتمی. .... Error! Bookmark not defined.
- شکل ۲-۹- منحنی‌های پاشندگی نوعی در راستای یک جهت عام در فضای  $K$  برای شبکه‌ای با پایه‌ی دو اتمی. .... Error! Bookmark not defined.

شکل ۲-۱۰ اوربیتال‌های استفاده شده برای یک مدل با صفحات  $cu-0$  در یک ابررسانای کوپرات. همان‌گونه که نشان داده شده است هر مس یک اوربیتال  $d_{x^2-y^2}$  و هر اکسیژن یک اوربیتال  $p_x$  یا یک اوربیتال  $p_y$  به اشتراک می‌گذارد، سلول واحد حاوی یک نوع یون است. بنابراین حاوی یک نوع اوربیتال است تصویر چهار نوع سلول واحد را به اشتراک می‌گذارد. Error! Bookmark not defined.....

شکل ۲-۱۱ مسیر یونیزاسیون یک اوربیتال  $d_{x^2-y^2}$  مس با یک اوربیتال  $p_x$  اکسیژن یک پیکربندی پیوندی با انرژی پایین و یک پیکربندی پاد پیوندی با انرژی بالا تشکیل می‌دهد. دو الکترون پاد موازی (خلاف جهت هم) که یک پیوند شیمیایی را در تراز پیوند تشکیل می‌دهند در شکل نشان داده شده است. Error! Bookmark not defined.....

شکل ۲-۱۲ همپوشانی  $\psi(\vec{R}_i - \vec{R}_j)$  از تابع موج اتمی در نزدیکی اتم‌ها.... Error! Bookmark not defined.....

شکل ۲-۱۳ چگالی حالت‌ها برای ابررسانای ۱ (بالا) با گاف  $\Delta_1$  برای ابررسانای ۲ (میانی) با گاف  $\Delta_2$  و اختلاف تابع توزیع پایین  $a$  بایاس صفر در آن هیچ‌گونه جریان تونل‌زنی وجود ندارد.  $b$  بایاس  $v = \frac{(\Delta_2 - \Delta_1)}{e}$  جریان تونل‌زنی ضعیفی به دلیل هم‌پوشانی دو

باند شبه ذره تولید می‌کند.  $c$  بایاس  $v = \frac{(\Delta_2 + \Delta_1)}{e}$  برای شروع تونل‌زنی و  $d$  بایاس

$v = \frac{(\Delta_2 + \Delta_1)}{e}$  جریان تونل‌زنی قوی به خاطر هم‌پوشانی زیاد بین باند ابررساناهای اشغال

شده‌ی اولین ابررسانا و باند شبه ذره خالی ابررسانای دوم تولید می‌کند. Error! Bookmark not defined.....

شکل ۲-۱۴ جریان تونل‌زنی بر حسب ولتاژ بایاس  $S-I-S$  شامل دو ابررسانا با گاف انرژی  $T=0$   $a$   $\Delta_2 > \Delta_1$  بدون اینکه تونل‌زنی اتفاق بیفتد تا اینکه بایاس به مقدار

$v = \frac{\Delta_1 + \Delta_2}{e}$  برسد.  $b$   $T > 0$ ، تونل‌زنی ضعیف در بایاس  $V = \frac{\Delta_2 - \Delta_1}{e}$  و تونل‌زنی

قوی برای  $v > \frac{\Delta_1 + \Delta_2}{e}$  Error! Bookmark not defined.....

شکل ۲-۱۵ نمایش ابررسانا (بالا) و چگالش بوزونی (پایین) تونل‌زنی‌های  $S-I-S$ ،  $a$  بایاس صفر  $b$  ردیف‌بندی باند شبه ذره و اثر تونل‌زنی ضعیف  $c$  شروع تونل‌زنی جفت کوپر  $d$  تونل‌زنی قوی الکترون‌های جفت کوپر Error! Bookmark not defined.....

شکل ۳-۱ منحنی جریان — ولتاژ تک پیوند جوزفسون بدون لحاظ کردن اثر فونون. این منحنی دارای شاخه‌های ابررسانایی (در شکل بصورت افقی در  $V=0$  قرار دارد) و شاخه

مقاومتی که در آن افت ولتاژ بین دو سر پیوند ظاهر می‌گردد است. پارامتر استفاده‌شده در این

شکل پارامتر مک‌کامبر است که برابر  $0.7071$  فرض شده است. Error! Bookmark not defined.....

شکل ۴-۱ — منحنی جریان — ولتاژ تک پیوند جوزفسون در سیستم تحریک شده و باعث به

وجود آمدن قله در مشخصه جریان — ولتاژ می‌شود در این شکل پارامترهایی که استفاده

شده‌اند عبارتند از: شدت نوسان  $0.415$  و فرکانس نرمالیزه شده مُد فونونی شبکه برابر  $1/2$

است. Error! Bookmark not defined.....

شکل ۴-۲ — شبیه‌سازی جسم و فنر در میان لایه‌ی ابررسانا و عایق. یون نوع اول  $K = L$

در روی لایه‌های ابررسانایی قرار می‌گیرد و یون نوع دوم  $K = b$  در لایه میانی جای‌گذاری

می‌شود. Error! Bookmark not defined.....

شکل ۴-۳ — نمودار رابطه‌ی پاشندگی برای شبکه‌ی یک بعدی با پایه‌ی دو اتمی که با جسم و

فنر مدل‌سازی شده و با پارامترهای  $\frac{M_1}{M_b} = 0.2$  و  $\sqrt{\frac{F}{M_1}} = 0.3615$  Error! Bookmark not defined.....

شکل ۴-۴ — نمودار شدت نوسان برای  $M_b < M_1$ . نمودار (خط‌چین) برای شاخه‌ی

آکوستیکی و نمودار (خطی) برای شاخه‌ی اپتیکی رسم شده است. Error! Bookmark not defined.....

شکل ۴-۵ — نمودار شدت نوسان برای  $M_1 > M_b$ . نمودار (خط‌چین) برای شاخه‌ی

آکوستیکی و نمودار (خطی) برای شاخه‌ی اپتیکی رسم شده است. Error! Bookmark not defined.....

شکل ۴-۶ — منحنی جریان — ولتاژ برای آرایه‌ای از پیوندهای جوزفسون جفت شده، دو قله

ظاهر می‌شود که قله‌ای که در ولتاژ پایین‌تر است مربوط به برانگیزش مد فونونی آکوستیکی

و قله‌ای که در ولتاژ بیشتر است مربوط به برانگیزش مد فونونی اپتیکی است. در این نمودار

نیز پارامترهای  $\frac{M_1}{M_b} = 0.2$  و  $\sqrt{\frac{F}{M_1}} = 0.3615$  فرض شده است. Error! Bookmark not defined.....

شکل ۴-۷ — منحنی جریان — ولتاژ برای آرایه‌ای از پیوندهای جوزفسون جفت شده، در

مشخصه جریان — ولتاژ این سیستم دو قله ظاهر می‌شود که هر دو قله مربوط به برانگیزش

مد فونونی اپتیکی می‌باشد. پارامترهای استفاده شده در این شکل نیز همانند شکل ۴-۶

است با این تفاوت که در اینجا  $\frac{M_1}{M_b} = 0.2$  Error! Bookmark not defined.....

شکل ۴-۸ — اولین شاخه‌ی مقاومتی در مشخصه‌ی جریان ولتاژ پیوند جوزفسون که به صورت

تجربی توسط **Oya** و همکاران به دست آمده است. همان‌طور که از شکل پیداست قله‌هایی

در این نمودار در ولتاژهای مختلف از جمله  $V_{11}$  و  $V_{12}$  Error! Bookmark not defined.....

شکل ۹-۴ این شکل توسط **Schlenga** و همکارانش به صورت تجربی در آزمایشگاه بدست آمده است که (خط) شبیه‌سازی جریان شبه‌ذرات محاسبه شده را نشان می‌دهد و

(خط چین) ناشی از شبیه‌سازی نتایج به دست آمده از بررسی نمونه در آزمایشگاه می‌باشد. Error! Bookmark not defined.

شکل ۹-۱۰ این شکل توسط **Helm** و همکارانش به صورت تجربی به دست آمده است که در این نمودار نقاط دایره‌ای نقاط تجربی هستند و نقاط با علامت (+) شبیه‌سازی عددی و خط نتیجه‌ی تحلیل ریاضی است. Error! Bookmark not defined.....



فصل اول:

# مقدمه ای بر ابرسانایی

## ۱-۱- کشف ابرسانایی

ابرسانایی در سال ۱۹۱۱ توسط کامرلینگ اونس<sup>۱</sup> در آزمایشگاه لیدن کشف شد ( Josephson, 1962). اونس در مورد اندازه‌گیری مقاومت الکتریکی جیوه، مشاهده کرد که وقتی دمای جیوه کاهش می‌یابد، در دمایی حدود  $4K$  مقاومت الکتریکی به طور ناگهانی به صفر می‌رسد. بنابراین او به این نتیجه رسید که جیوه به حالت دیگری از خواص الکتریکی که با حالت‌های شناخته شده‌ی قبلی متفاوت بود، رسیده است که این پدیده ابرسانایی نام گرفت. مدتی بعد خاصیت ابرسانایی در سایر فلزات مانند قلع و سرب و غیره و همین‌طور در تعدادی از آلیاژها و ترکیبات بین فلزی نیز مشاهده شد.

به طور مختصر می‌توان گفت که در مواد دارای خاصیت ابرسانایی مقاومت الکتریکی تا مرتبه‌ی  $10^{-24} \Omega cm$  (با توجه به حساسیت وسایل اندازه‌گیری جدید) صفر است.

در حالی که مرتبه‌ی بزرگی مقاومت ویژه‌ی مسی با خلوص بالا در  $4/2 K$  برابر با  $10^{-9} \Omega cm$  است.

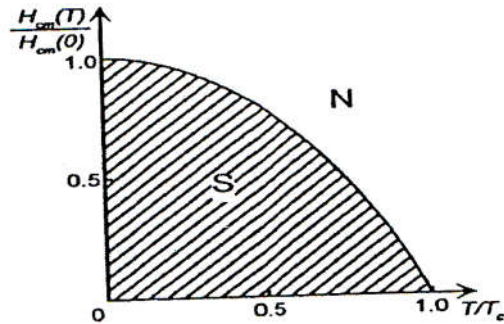
در یک دمای مشخص که دمای بحرانی ( $T_c$ ) نامیده می‌شود گذار از حالت عادی به ابرسانایی اتفاق می‌افتد پس از زمان کوتاهی معلوم شد که میدان به اندازه‌ی کافی قوی، ابرسانایی را از بین می‌برد. با این میدان که میدان بحرانی نامیده می‌شود  $H_{cm}(T)$  نشان داده شده است و تابعی از دما است. در دمای بحرانی، میدان بحرانی برابر با صفر است. وابستگی دمایی  $H_{cm}$  با رابطه‌ی تجربی ( Schmit & Muller & Ustinov, 2001)

$$H_{cm}(T) = H_{cm}(0) \left[ 1 - \left( \frac{T}{T_c} \right)^2 \right] \quad (1-1)$$

---

1- Kamer lingh onnes

سازگاری خوبی دارد که  $H_{cm}(0)$  میدان بحرانی در صفر مطلق است. در شکل زیر نمودار فاز H-T حالت ابررسانشی نشان داده شده است. در ناحیه‌ی سایه خورده، هر نقطه در صفحه‌ی H-T با حالت ابررسانشی همخوانی دارد.



شکل ۱-۱- وابستگی دمای میدان بحرانی  $H_{cm}$

(اشمیت، وادیم واسیلیدیچ، ۱۹۹۷)

## ۲-۱- برهم کنش الکترون - الکترون مؤثر

گاز الکترونی بدون برهم کنش هیچ‌گونه خاصیت ابررسانایی از خود بروز نمی‌دهد و ابررسانا شدن مواد مختلف صرفاً به خاطر وجود برهم کنش هاست که برهم کنش الکترون‌ها با همدیگر و تأثیر فونون‌های شبکه بر این برهم کنش است. لذا در این قسمت برای ورود به بحث ابررسانایی ابتدا بحث مختصری در مورد اندرکنش الکترون‌ها با خودشان را می‌آوریم (اندرکنش الکترون - الکترون).

در اثر اندرکنش الکترون‌های داخل فلزات تبدیل فوری به برهم کنش کولونی بین الکترون‌ها به

رابطه‌ی زیر تبدیل می‌شود:

$$\frac{4\pi e^2}{k^2} \rightarrow \frac{4\pi e^2}{k^2 \epsilon^{el}} = \frac{4\pi e^2}{k^2 + k_0^2} \quad (2-1)$$

تا اثر پوششی برهم کنش بین زوج الکترون مورد نظر نمایش داده شود.

علاوه بر این که اثر پوشش الکترون‌ها را در نظر گرفتیم، یون‌ها نیز برهم کنش را پوشش می‌دهند،

پس باید ثابت دی الکتریک کامل را بکار ببریم:

$$\frac{4\pi e^2}{k^2} \rightarrow \frac{4\pi e^2}{k^2 \epsilon} = \frac{4\pi e^2}{k^2 + k_0^2} \left[ 1 + \frac{\omega(\bar{K})^2}{\omega^2 - \omega(\bar{K})^2} \right] \quad (3-1)$$

بنابراین اثر یون‌ها به صورت ضربی که هم به بسامد و هم بردار موج بستگی دارد ظاهر می‌شود.

توجه داریم که در فرکانس‌های بالا یون‌ها اثر پوششی ندارند و همین‌طور وابستگی به فرکانس این

موضوع را آشکار می‌کند که عمل پوششی یون‌ها آنی نیست. بلکه توسط سرعت امواج کشسان در شبکه

محدود می‌شود و باعث تأخیر آن بخش از برهم کنش مؤثر الکترون - الکترون که به واسطه‌ی یون‌ها

است، می‌شود.

بنابراین اگر بردارهای موج دو الکترون  $\bar{K}$  و  $\bar{K}'$  و انرژی‌های آن‌ها  $\epsilon_{\bar{K}}$  و  $\epsilon_{\bar{K}'}$  باشند، برهم کنش

مؤثر آن‌ها را به صورت در نظر می‌گیریم.

$$v_{\bar{K}, \bar{K}'}^{\text{eff}} = \frac{4\pi e^2}{q^2 + k_0^2} \left[ 1 + \frac{\omega(\bar{q})^2}{\omega^2 - \omega(\bar{q})^2} \right], \quad \bar{q} = \bar{K} - \bar{K}', \quad \omega = \frac{\epsilon_{\bar{K}} - \epsilon_{\bar{K}'}}{\hbar} \quad (4-1)$$

حال می‌توانیم جنبه‌های کیفی  $v^{\text{eff}}$  را بررسی کنیم.

از آنجایی که  $\omega(\bar{q})$  از فرکانس دبای کم‌تر است. بنابراین وقتی انرژی‌های دو الکترون بیش از

$\hbar\omega_D$  با هم فرق داشته باشند، تأثیر فونون در برهم کنش مؤثر آن‌ها ناچیز می‌شود، فقط برهم کنش بین

الکترون‌هایی با انرژی‌های کاملاً نزدیک به هم، تحت تأثیر فونون قرار می‌گیرد.

هر گاه اختلاف انرژی الکترونی کم‌تر از  $\hbar\omega_D$  باشد، علامت برهم کنش الکترون - الکترون

معکوس می‌شود و در این صورت الکترون‌ها به جای دفع همدیگر را جذب می‌کنند و جفت‌های کوپر

تشکیل می‌شود.

### ۳-۱- برهم کنش الکترون - فونون

اثر پوششی یونی به ازای هر تراز الکترونی اشغال شده ی  $\vec{K}'$  مقدار زیر را به انرژی هر الکترون با

بردار موج  $\vec{K}$  می افزاید:

$$v_{\vec{K},\vec{K}'}^{\text{eff}} = \frac{1}{v} \left[ \frac{4ne^2}{(\vec{K} - \vec{K}')^2 + k_0^2} \right] \left[ \frac{\hbar\omega(\vec{K} - \vec{K}')^2}{[\hbar\omega(\vec{K} - \vec{K}')^2 - (\varepsilon_{\vec{K}} - \varepsilon_{\vec{K}'})]} \right] \quad (5-1)$$

می توان بدون نظر گرفتن اثر پوششی، تغییر در انرژی کل فلز را ناشی از این واقعیت دانست که

الکترون ها می توانند با فونون ها بر هم کنش کنند و این بر هم کنش با هامیلتونی بر هم کنش  $v^{\text{ep}}$

توصیف می شود. با توجه به نظریه اختلال مرتبه دوم

$$\Delta E = \sum_i \frac{|\langle 0 | v^{\text{ep}} | i \rangle|^2}{E_0 - E_i} \quad (6-1)$$

که  $E_i$  حالت برانگیخته و  $E_0$  حالت پایه است.

توجه داریم که تکانه بلوری کل باید پایسته بماند.

$$E_i - E_0 = \varepsilon_{\vec{K}'} + \hbar\omega(\vec{K} - \vec{K}') - \varepsilon_{\vec{K}} \quad (7-1)$$

$$\Delta E = \sum_{\vec{K}\vec{K}'} n_{\vec{K}} (1 - n_{\vec{K}'}) \frac{|g_{\vec{K},\vec{K}'}|}{\varepsilon_{\vec{K}} - \varepsilon_{\vec{K}'} - \hbar\omega(\vec{K} - \vec{K}')} \quad (8-1)$$

$g_{\vec{K},\vec{K}'}$  عنصر ماتریس  $v^{\text{ep}}$  است که بین حالت پایه و یک حالت برانگیخته در نظر می گیریم.

$$v_{\vec{K},\vec{K}'}^{\text{eff}} = \frac{\partial^2 \Delta E}{\partial n_{\vec{K}} \partial n_{\vec{K}'}} \quad (9-1)$$

$$v_{\vec{k}, \vec{k}'}^{\text{eff}} = -|g_{\vec{k}, \vec{k}'}|^2 \left[ \frac{1}{\varepsilon_{\vec{k}} - \varepsilon_{\vec{k}'} - \hbar\omega(\vec{K} - \vec{K}')} \right] + \left[ \frac{1}{\varepsilon_{\vec{k}'} - \varepsilon_{\vec{k}} - \hbar\omega(\vec{K}' - \vec{K})} \right] \quad (10-1)$$

$$= |g_{\vec{k}, \vec{k}'}|^2 \left[ \frac{2\hbar\omega(\vec{K} - \vec{K}')}{[\hbar\omega(\vec{K} - \vec{K}')]^2 - (\varepsilon_{\vec{k}} - \varepsilon_{\vec{k}'})} \right]$$

حال می توانیم ثابت جفت شدگی الکترون - فونون را بدست آوریم.

$$|g_{\vec{k}, \vec{k}'}|^2 = \frac{1}{v} \frac{4\pi e^2}{|\vec{K} - \vec{K}'|^2 + k_0^2} \frac{1}{2} \hbar\omega_{\vec{k} - \vec{k}'} \quad (11-1)$$

و در حد  $|\vec{K} - \vec{K}'|$  کوچک،  $g^2$  به طور خطی با  $|\vec{K} - \vec{K}'|$  صفر می شود. برآورد الکترون آزاد و

برای  $k_0$

$$\frac{4\pi e^2}{k_0^2} = \frac{2\varepsilon_F}{3n_e} \quad (12-1)$$

$$|g_{\vec{k}, \vec{k}'}|^2 \approx \frac{\hbar\omega(\vec{K} - \vec{K}')\varepsilon_F}{3n_e v} = \frac{\hbar\omega(\vec{K} - \vec{K}')\varepsilon_F}{3NZ} \quad |\vec{K} - \vec{K}'| \leq k_0 \quad (13-1)$$

به این صورت توانستیم اندرکنش مؤثر الکترون - الکترون را با لحاظ کردن اثر پوششی الکترون ها و

همین طور اثر پوششی یون ها بدست آوریم.

## ۱-۴- نظریه ی BCS<sup>۲</sup>

حال نظریه قدرتمند BCS را معرفی می کنیم. مقاومت ویژه ی یک فلز معمولی می تواند به علت

برخورد بین الکترون های آزاد و یون های شبکه ی فلزی به وجود آید. ابررسانایی را نمی توان با مدل

کلاسیکی توجیه کرد زیرا الکترون ها در شبکه کامل و بدون ارتعاش گرمایی، برخورد انجام می دهند. این

---

2- Bardeen-Cooper-Schrieffer -theory

پدیده را فقط می‌توان با مدل مکانیک کوانتومی توضیح داد در مدل مکانیک کوانتومی، موج الکترونی در شبکه‌ی بلوری کامل در هیچ جهتی برخورد انجام نمی‌دهد.

در سال ۱۹۷۲، نظریه‌ای که جنبه‌های اصلی ابررسانایی مواد را در برداشت ارائه شد. این نظریه توسط جان باردین<sup>۳</sup>، لیون کوپر<sup>۴</sup> و رابرت شریف<sup>۵</sup> ارائه گردید و نظریه‌ی BCS نام گرفت. براساس این نظریه، زمانی که ارتعاشات حرارتی پایین باشند، الکترون‌ها به صورت زوج‌هایی در می‌آیند که می‌توانند در میان ماده تحت اعمال میدان الکتریکی، بدون این که واکنش و تأثیر متقابل داشته باشند، حرکت کنند. این زوج‌ها همگی در یک فاز حرکت می‌کنند. از آنجایی که الکترون‌ها ذراتی با بارهای منفی هستند و هنگام نزدیکی هم‌دیگر را دفع می‌کنند، ارتباط آنها با یکدیگر نیاز به فرایند خاصی دارد.

در یک ابررسانا هنگامی که یک الکترون از نزدیکی یون‌ها عبور می‌کند بخشی از اندازه‌ی حرکت‌اش را به شبکه منتقل می‌کند. در این صورت تعدادی از بارهای مثبت محلی به هم نزدیک می‌شوند. الکترون دوم، به سوی بار مثبت تشدید شده کشیده می‌شود و اندازه‌ی حرکتی که توسط الکترون اول داده شده بود را پس می‌گیرد. حال این فرایند دو مرحله‌ای جاذبه‌ی اندکی بین دو الکترون ایجاد می‌کند.

نظریه‌ی BCS نشان می‌دهد که چنین جاذبه‌ای بر نیروی دافعه‌ی بین الکترون‌ها غلبه می‌کند و حالتی مقید به عنوان جفت کوپر را ایجاد می‌کند. جفت‌های کوپر تا حدودی ضعیف هستند و پی در پی شکسته شده و با الکترون‌های دیگری ترکیب می‌شوند. در واقع هر جفتی یک ناحیه‌ی بزرگ فضایی را اشغال می‌کند که شامل تعداد زیادی الکترون است که می‌توانند در فرایند جفت شدن شرکت کنند. اگر

---

3- John Bardeen  
4- Leon Cooper  
5- Robert Schriffier

تعداد زیادی از الکترون‌ها در فرآیند جفت شدن شرکت کنند، سیستم به قوی‌ترین پیوستگی خواهد رسید.

ایده‌ی اصلی نظریه‌ی BCS این است که در زیر دمای بحرانی، واکنش‌های الکترون - الکترون ناشی از تبادل بین دو الکترون با اسپین‌ها و تکانه‌های مختلف، جفت کوپر را ایجاد می‌کنند که برآیند اسپین خالص آن‌ها صفر است. تحت میدان الکتریکی، این زوج‌ها به صورت هم فاز با سایر زوج‌ها حرکت می‌کنند و در این حالت مقاومت الکتریکی صفر حاصل می‌شود.

## ۱-۵- جفت‌های کوپر

یک سال قبل از انتشار نظریه‌ی BCS، کوپر در سال ۱۹۵۶ اثبات کرد که حالت پایه گاز نرمال الکترونی با توجه به شکل‌گیری «مقید» جفت الکترون ناپایدار است. در این جا جفت‌های الکترونی در حالت عادی مقید نیستند و حضور دریای فرمی پر برای این حالت ضروری است. به درستی یک حالت چند الکترونی است (Poole, et all, 1995).

در حالت پایه نرمال همه اوربیتال‌های تک الکترونی با تکانه  $\bar{k} < k_F$  پر هستند (اشغال شده‌اند) و بقیه خالی هستند.

حال با پیروی از کوپر فرض می‌کنیم که یک برهم‌کنش جاذبه‌ی ضعیف بین الکترون‌ها وجود دارد. برهم‌کنش باعث می‌شود که الکترون‌ها از حالت‌هایی با تکانه‌های اولیه  $(\bar{k}_1, \bar{k}_2)$  به حالت‌هایی با تکانه‌های  $(\bar{k}'_1, \bar{k}'_2)$  پراکنده شوند. چون همه‌ی حالت‌های زیر سطح فرمی پر هستند، تکانه نهایی  $(\bar{k}'_1, \bar{k}'_2)$  باید بالای  $k_F$  باشد. به وضوح، این فرآیندهای پراکندگی تمایل دارند تا انرژی جنبشی سیستم



را افزایش دهند. با این حال کاهش انرژی پتانسیل بیشتر از افزایش انرژی جنبشی است طوری که علاوه بر اینکه افزایش انرژی جنبشی را جبران می‌کند انرژی کل را نیز پایین تر می‌آورد.

معادله شرودینگر برای دو الکترون برهم کنش با پتانسیل  $v$  به صورت زیر است:

$$\left[ -\frac{\hbar^2}{2m}(\nabla_1^2 + \nabla_2^2) + v(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) \right] \psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = (E + 2E_F) \psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2) \quad (14-1)$$

در معادله (14-1) از قسمت اسپین تابع موج صرف نظر شده است و ویژه مقادیر انرژی  $E$  نسبت به تراز فرمی ( $2E_F$ ) تعریف می‌شود. اکثر ابررساناها در حالت تک گانه اسپینی هستند بنابراین قسمت مداری تابع موج  $\psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2)$  باید متقارن باشد.

همانند هر مسئله ی دو ذره‌ای با تعریف مختصات مرکز جرم شروع می‌کنیم.

$$\vec{R} = \frac{1}{2}(\vec{r}_1 + \vec{r}_2) \quad (15-1)$$

و مختصات نسبی می‌شود:

$$\vec{r}_0 = \vec{r}_1 - \vec{r}_2 \quad (16-1)$$

برحسب این مختصات معادله (15-1) می‌شود:

$$\left[ -\frac{\hbar^2}{4m} \nabla_{\vec{R}}^2 - \frac{2\hbar^2}{2m} \nabla_{\vec{r}}^2 \right] \psi(\vec{R}, \vec{r}) + v(\vec{r}) \psi(\vec{R}, \vec{r}) = (E + 2E_F) \psi(\vec{R}, \vec{r}) \quad (17-1)$$

اکنون مرکز جرم و مختصات نسبی تفکیک می‌شوند و می‌توان نوشت:

$$\psi(\vec{R}, \vec{r}) = \varphi(\vec{R}) \psi(\vec{r}) \quad (18-1)$$

که  $\varphi(\vec{R})$  به سادگی یک موج صفحه‌ای است.

در حالی که برای تابع موج مختصات نسبی  $\psi(\vec{r})$  داریم:

$$\left[ -\frac{2\hbar^2}{2m} \nabla_{\vec{r}}^2 + v(\vec{r}) \right] \psi(\vec{r}) = \left( E + 2E_F - \frac{\hbar^2 \vec{k}^2}{4m} \right) \psi(\vec{r}) \quad (19-1)$$

چون به حالت پایه علاقمندیم،  $K=0$  قرار می‌دهیم جواب‌هایی برای  $K \neq 0$  وجود دارند که نزدیک حالت‌های  $K=0$  قرار می‌گیرند و برای توصیف حالت‌هایی که در آن یک شاره جریان دائمی وجود دارد، مورد نیاز است.  $\psi(\vec{r})$  را به صورت جمع روی حالت‌هایی با تکانه  $\vec{P} > k_F$  بیان می‌کنیم.

$$\psi(\vec{r}) = \frac{1}{\sqrt{V}} \sum_{\vec{p}} a(\vec{p}) e^{i\vec{p}\cdot\vec{r}} \quad (20-1)$$

در معادله (20-1) جمع روی  $|\vec{p}| > k_F$  را نشان می‌دهد. با جای‌گذاری عبارت (20-1) در (19-1) در فضای تکانه به دست می‌آید.

$$[2(E_{\vec{p}} - E_F) - E] a(\vec{p}) + \sum_{\vec{p}'} v(\vec{p}, \vec{p}') a(\vec{p}') = 0 \quad (21-1)$$

که در آن:

$$v(\vec{p}, \vec{p}') = \frac{1}{V} \int d^3 \vec{r} e^{-i(\vec{p}-\vec{p}')\cdot\vec{r}} v(\vec{r}) \quad (22-1)$$

به منظور ساده کردن جواب معادله (21-1) فرض می‌کنیم که:

$$v(\vec{p}, \vec{p}') = \begin{cases} -v_0 & 0 \leq E_p - E_F \leq \hbar\omega_D, 0 \leq E_{p'} - E_F \leq \hbar\omega_D \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (23-1)$$

در معادله (23-1)،  $\hbar\omega_D$  یک انرژی فونونی معمولی است که نشان می‌دهد جاذبه‌ی بین الکترون‌ها

از مبادله‌ی الکترون‌ها و فونون‌های مجازی ناشی می‌شود.

با استفاده از پتانسیل معادله (23-1) جمله‌ی برهم‌کنشی می‌شود:

$$\sum_{\vec{p}} v(\vec{p}, \vec{p}') a(\vec{p}') = -v_0 \vec{K} \theta(\hbar\omega_D - E_F - E_p) \quad (24-1)$$

که  $\theta(x)$  تابع پله‌ای معمولی است و

$$\theta(x) = \begin{cases} 1 & \text{if } x \in A \\ 0 & \text{if } x \notin A \end{cases}$$

$$\bar{k} = \sum_{\bar{p}} a(\bar{p}) \quad (25-1)$$

یک ثابت است. با حل معادله (21-1) برای  $a(\bar{p})$  به دست می‌آوریم:

$$a(\bar{p}) = \frac{v_0 \bar{K}}{2(E_p - E_F) - E} \times \theta(\hbar\omega_D - E_F - E_p) \quad (26-1)$$

توجه داشته باشید که جفت‌های کوپر تکانه‌ها را فقط در ناحیه باریک  $E_p - E_F \leq \hbar\omega_D$  درست

بالای سطح فرمی درگیر می‌کند.

ما حالا می‌توانیم ثابت  $\bar{K}$  در معادله‌ی (26-1) را برآورد کنیم،

$$\bar{k} = v_0 \bar{K} \sum_{\bar{p}} \frac{1}{2(E_p - E_F) - E} \times \theta(\hbar\omega_D - E_F - E_p) \quad (27-1)$$

اگر فرض کنیم که  $\bar{K} > 0$ ، آن‌گاه این به یک معادله‌ی ضمنی برای ویژه مقدار  $E$  منجر می‌شود.

$$1 = v_0 \sum_{\bar{p}} \frac{1}{2(E_p - E_F) - E} \times \theta(\hbar\omega_D - E_F - E_p) \quad (28-1)$$

جمع روی تکانه‌ها می‌تواند به صورت یک انتگرال روی انرژی‌ها بر حسب چگالی حالت  $D(E)$

بیان شود. چون معمولاً  $\hbar\omega_D \leq E_F$ ،  $D(E)$  درون انتگرال به خوبی به وسیله‌ی مقدارش در سطح فرمی

$D(E_F)$  تقریب زده می‌شود. بنابراین داریم:

$$1 = v_0 D(E_F) \int_{E_F}^{E_F + \hbar\omega_D} \frac{1}{2(E - E_F) - E} dE = \frac{1}{2} v_0 D(E_F) \ln\left(\frac{E - 2\hbar\omega_D}{E}\right) \quad (29-1)$$

که با حل آن می‌توان  $E$  را به دست می‌آورد:

$$E = - \frac{2\hbar\omega_D}{\exp\left[\frac{2}{v_0 D(E_F)}\right] - 1} \quad (30-1)$$

در جفت‌شدگی‌های ضعیف  $v_0 D(E_F) \leq 1$  تابع نمایی در مخرج معادله (31-1) غالب می‌شود به

طوری که:

$$E \approx -2\hbar\omega_D \exp\left(-\frac{2}{v_0 D(E_F)}\right) \quad (31-1)$$

این نتیجه به طرق مختلف قابل توجه است. اول این که به ما می‌گوید حالت جفتی که ایجاد کرده‌ایم همیشه یک انرژی کمتری از حالت پایه نرمال خواهد داشت، مهم نیست که برهم کنش  $v_0$  چقدر کوچک باشد. به همین دلیل است که می‌گوییم حالت پایه نرمال نسبت به تشکیل جفت‌های کوپر ناپایدار است. دوم، در معادله (25-1) یک سلسله مراتب از مقادیر بسیار متفاوت انرژی را می‌بینیم،

$$E_F \gg \hbar\omega_D \geq |E| \quad (32-1)$$

که اگر فرض کنیم که،  $k_B T_c \cong |E|$  و توضیح می‌دهد که چرا دمای گذار ابررسانایی نسبت به دمای دبای خیلی کوچک است.

$$\theta_D = \frac{\hbar\omega_D}{k_B} \quad (33-1)$$

اگر یک جفت کوپر حالت پایه را به اندازه‌ی  $|E|$  پایین بیاورد آن‌گاه بسیاری از جفت‌ها انرژی را بیش‌تر پایین می‌آورند و ما ممکن است وسوسه شویم که تمامی الکترون‌ها بدین شکل با یکدیگر جفت می‌شوند. چنین حالتی شبیه یک چگالش بوز-اینشتین می‌تواند باشد.

با این حال باید در نظر داشته باشیم که اگر ما به طور کامل از دریای فرمی نرمال دور شویم حالتی که ایجاد کرده‌ایم، می‌رمبد. می‌توانیم از این ایده‌های شهودی برای هدایت تفکرمان استفاده کنیم، اما برای رسیدن به یک حالت پایه BCS، باید از تصاویر تک الکترونی یا حتی دو الکترونی فراتر رویم و توجه داشته باشیم که حالت ابررسانایی یک حالت بس الکترونی به شدت همبسته است.

## ۶-۱- اثر جوزفسون<sup>۶</sup>

یکی از جلوه‌های ماهیت کوانتومی ابررسانایی، ابررسانندگی ضعیف است که پیوند جوزفسون نیز خوانده می‌شود. این اثر در سال ۱۹۶۲ توسط جوزفسون پیش‌بینی شد و خیلی زود به صورت تجربی به اثبات رسید. ابررسانندگی ضعیف به رفتاری اشاره دارد که دو ابررسانا با یک اتصال ضعیف به هم دیگر وصل شده‌اند. این اتصال را می‌توان با پیوند تونلی یا یک گلوگاه در مقطع فیلمی نازک ایجاد نمود.

به طور کلی اثر جوزفسون به دو صورت بررسی می‌شود. اثر جوزفسون ایستا (اثر جوزفسون

DC)<sup>۷</sup>، نایستا (اثر جوزفسون AC)<sup>۸</sup>.

می‌توان گفت پیوند جوزفسون زمانی ایجاد می‌شود که دو لایه‌ی ابررسانا توسط یک لایه‌ی عایق

نازک از هم دیگر جدا می‌شوند، هنگامی که فاصله‌ی بین این دو لایه‌ی ابررسانا به حدود ۳۰ آنگستروم<sup>۹</sup>

برسد، شبه ذرات می‌توانند از یک لایه‌ی ابررسانا به لایه‌ی دیگر از طریق تونل زنی شارش کنند (تونل

زنی تک الکترون). حال اگر دو لایه‌ی ابررسانا تا جایی بهم نزدیک شوند که فاصله‌ی بین آن‌ها به ۱۰

آنگستروم برسد جفت‌های کوپر نیز می‌توانند از لایه‌ی ابررسانا به ابررسانای دیگر شارش یابند (تونل

زنی جوزفسون).

در این حالت بین دو ابررسانا هم‌دوسی فاز ایجاد می‌شود و فازهای دو ابررسانا نمی‌توانند آزادانه

تغییر کنند. بنابراین کل سیستم، متشکل از دو ابررسانا که توسط یک مانع عایق (۱۰ آنگستروم) از هم

جدا شده‌اند، تا حدودی همانند یک ابررسانای واحد رفتار می‌کنند.

---

6- Josephson Effect

7- DC Josephson Effect

8- AC Josephson Effect

9- Angström

## ۷-۱- اثر جوزفسون DC

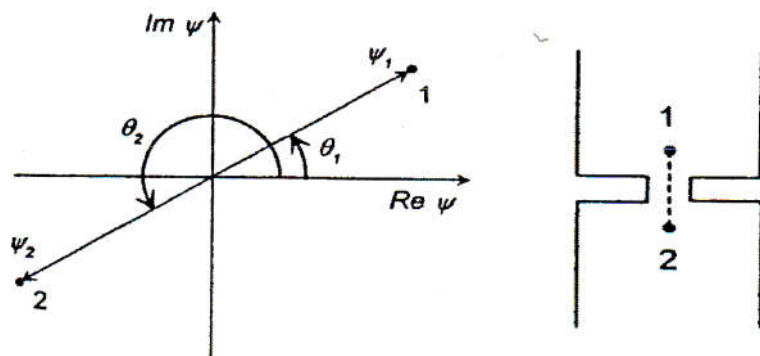
جریان نسبتاً کوچکی بدون اتلاف از پیوند جوزفسون عبور می‌کند در این صورت در دو سر پیوند ولتاژ تولید نمی‌شود. از آنجا که جریان همواره کوچک است، میدان مغناطیسی تولید شده به وسیله آن را می‌توان نادیده گرفت و با توجه به نظریه‌ی گینزبورگ - لاندائو<sup>۱۰</sup>، می‌توانیم بپذیریم که چگالی جریان با گرادیان فاز  $\nabla\theta$  تابع موج الکترون‌های ابررسانشی، اندازه‌گیری می‌شود.

مشخصه‌ی بارز پیوند جوزفسون این است که گرادیان فاز در مقایسه با گرادیان‌های فاز ابررساناهای کپه‌ای<sup>۱۱</sup> بسیار بزرگ است.

بنابراین می‌توانیم اختلاف فاز دو سر پیوند جوزفسون را بررسی کنیم.

$$\varphi = \theta_2 - \theta_1 \quad (۳۴-۱)$$

که  $\theta_1$  و  $\theta_2$  به ترتیب فازهای توابع موج الکترون ابررسانشی در الکترودهای اول و دوم هستند حال به رابطه بین جریان عبوری از پیوند جوزفسون  $I_s$  و اختلاف فاز  $\varphi$  می‌پردازیم. چند روابط آشکار وجود دارد که در زیر یادآوری می‌کنیم.



10- Ginzburg, L. D. Landau

11- Bulk

شکل ۲-۱-الف) نمونه‌ای از پیوند جوزفسون، گرادیان فاز  $\nabla\theta$  با عبور در امتداد خط چین از نقطه‌ی ۱ به

نقطه‌ی ۲ بدست می‌آید.

(ب) پارامتر نظم مختلط از بین مقادیر متغیری از  $\psi_1$  به  $\psi_2$  در طول خط مستقیم (۲-۱) واقع در صفحه‌ی

مختلط  $\psi$  می‌گذرد.

(اشمیت، وادیم واسیلیدیچ، ۱۹۹۷)

(۱) اگر جریان شارشی از پیوند  $I_s = 0$  باشد، اختلاف فاز  $\varphi = 0$  است.

(۲) چون تغییر فاز  $\theta$  در یکی از الکترودها به اندازه‌ی  $2\pi$  هیچ تغییری ایجاد نمی‌کند، واضح است

که  $I_s(\varphi)$  یک تابع دوره‌ای با دوره‌ی  $2\pi$  است، یعنی  $I_s(\varphi) = I_s(\varphi + 2\pi)$  است.

(۳) تغییر علامت جریان باید باعث تغییر علامت اختلاف فاز شود، بنابراین  $I_s(\varphi) = -I_s(-\varphi)$ .

(۴)  $I_s(\pi) = 0$  که به اندازه‌ی بقیه‌ی روابط واضح نیست. فرض می‌کنیم که طول پیوند جوزفسون

کوتاه اما متناهی باشد، به طوری که می‌توان در امتداد آن گرادیان فاز  $\nabla\theta$  را تعیین کرد. با رفتن در امتداد

خط چین از نقطه‌ی ۱ به نقطه‌ی ۲ (شکل ۲-۱-الف)، پارامتر نظم مختلط از بین مقادیر متغیری از  $\psi_1$  به

$\psi_2$  در طول خط مسقیم واقع در صفحه‌ی مختلط  $\psi$  می‌گذرد. (شکل ۲-۱-ب). پس  $\nabla\theta$  در طول

خط صفر است، که نتیجه‌ی آن  $I_s(\pi) = 0$  است.

می‌توان رابطه‌ی زیر را پیشنهاد کرد.

$$I_s(\varphi) = I_c \sin \varphi \quad (۳۵-۱)$$

که  $I_c$  جریان بیشینه و بدون اتلافی است که از پیوند جوزفسون عبور می‌کند و جریان بحرانی

نامیده می‌شود. حال می‌خواهیم ثابت کنیم که پیشنهاد بالا، پیشنهاد مناسبی باشد.

برای محاسبات روش فاینمن<sup>۱۲</sup> را بکار می‌بریم.

تحول یک سیستم مکانیک کوانتومی با زمان به وسیله‌ی تابع موج  $\Psi(t)$  توصیف می‌شود که پاسخ معادله‌ی شرودینگر<sup>۱۳</sup> است.

$$i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = \hat{H}\Psi \quad (۳۶-۱)$$

که  $\hat{H}$  عملگر هامیلتونی سیستم است. اگر سیستم تنها مجاز باشد حالت‌های ناپیوسته‌ای از  $\Psi_\alpha$  را اختیار کند (که  $\alpha$  رشته‌ای از شاخص‌هایی است که هر یک از آن‌ها حالت‌هایی را مشخص می‌کند). تابع موج را می‌توان به صورت سری زیر بسط داد.

$$\Psi(t) = \sum_{\alpha} C_{\alpha}(t)\Psi_{\alpha} \quad (۳۷-۱)$$

با جای گذاری

$$i\hbar \frac{\partial C_{\beta}}{\partial t} = \sum_{\alpha} H_{\beta\alpha} C_{\alpha}(t) \quad (۳۸-۱)$$

که در این جا

$$H_{\beta\alpha} = \int \Psi_{\beta}^* \hat{H} \Psi_{\alpha} dv \quad (۳۹-۱)$$

می‌بینیم که  $H_{\beta\beta}$  انرژی سیستم در حالت  $\Psi_{\beta}$  است و  $H_{\beta\alpha}$  عنصر ماتریسی مشخص‌کننده‌ی احتمال‌گذار از حالت  $\Psi_{\alpha}$  به حالت  $\Psi_{\beta}$  است.

تابع  $C_{\alpha}(t)$  نشان‌دهنده‌ی دامنه‌ی حالت  $\Psi_{\alpha}$  است و  $|C_{\alpha}|^2$  احتمال یافتن سیستم در حالت  $\Psi_{\alpha}$  را می‌دهد.

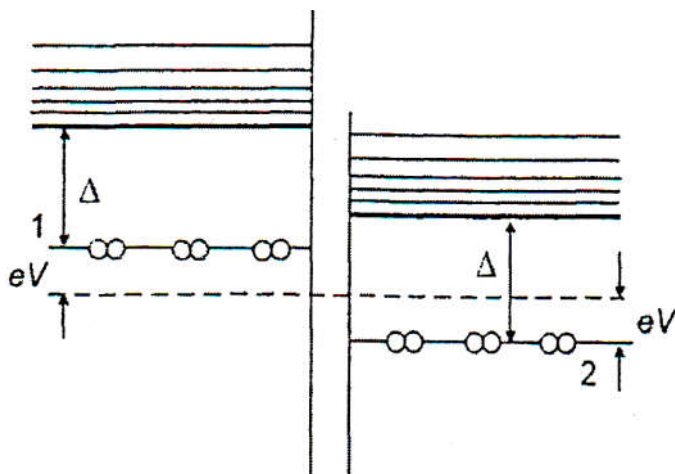
حال به تونل‌زنی پیوند جوزفسون باز می‌گردیم. فرض می‌کنیم که جریان شارشی از پیوند بسیار زیاد

است ( $I_s > I_c$ ) که ولتاژ در دو سر پیوند ظاهر می‌شود. مطابق با نمودار انرژی نشان داده شده در زیر:

---

12- R.P.Feynman  
13- Schrödinger





شکل ۱-۳- نمودار تراز انرژی یک پیوند تونلی جوزفسون با ولتاژ معین اعمال شده (v). ترازهای ۱ و ۲ به

اندازه‌ی  $2eV$  از هم فاصله گرفته‌اند.

(اشمیت، وادیم واسیلیدیچ، ۱۹۹۷)

به پیروی از فاینمن، سیستمی از الکترون‌های ابررسانشی یا جفت‌های کوپر، به عنوان یک سیستم مکانیک کوانتومی دو تراز در نظر می‌گیریم. فرض می‌کنیم که یک جفت الکترون با بار  $2e$  می‌تواند تراز ۱ و یا تراز ۲ را اشغال کند. انرژی آن به ترتیب  $H_{11}$  و  $H_{22}$  خواهد بود، که  $H_{11} = eV$  و  $H_{22} = -eV$  است.

گذار از تراز ۱ به تراز ۲ با عنصر ماتریس  $H_{12} = K = H_{21}$  مشخص می‌شود.

بنابراین

$$i\hbar \frac{dC_1}{dt} = eVC_1(t) + KC_2(t) \quad (40-1)$$

$$i\hbar \frac{dC_2}{dt} = KC_1(t) - eVC_2(t) \quad (41-1)$$

$C_1$  دامنه‌ی حالت زوج در تراز ۱ است و  $|C_1|^2$  طوری بهنجار می‌شود که  $|C_1|^2 = n_s$  باشد، که در

آن  $n_s$  چگالی الکترون ابررسانشی در الکترودهای پیوند است.

فرض می‌کنیم که هر دو الکتروود از یک ماده ساخته شده باشند. با نمایش دامنه‌های  $C_1$  و  $C_2$  به

صورت زیر:

$$C_1 = \sqrt{n_s} e^{i\theta_1} \quad (42-1)$$

$$C_2 = \sqrt{n_s} e^{i\theta_2} \quad (43-1)$$

با جای‌گذاری و جداسازی بخش‌های حقیقی و موهومی، بدست می‌آوریم.

$$\frac{dn_s}{dt} = \frac{2Kn_s}{\hbar} \sin \varphi \quad (44-1)$$

$$\frac{d\theta_1}{dt} = -\frac{K}{\hbar} \cos \varphi - \frac{ev}{\hbar} \quad (45-1)$$

$$\frac{d\theta_2}{dt} = -\frac{K}{\hbar} \cos \varphi + \frac{ev}{\hbar} \quad (46-1)$$

که در آن  $\varphi = \theta_2 - \theta_1$  است.

جریان شارشی از پیوند تونلی با  $\frac{dn_s}{dt}$  متناسب است. وقتی جریان برقرار می‌شود، چگالی الکترون

ابرسانشی با آهنگ  $\frac{dn_s}{dt}$  شروع به تغییر می‌کند و در نتیجه موجب پیدایش جریان  $I_s = \frac{dn_s}{dt}$  می‌شود و

نشان می‌دهد که الکترون‌ها الکتروود ابررسانشی را ترک می‌کنند. ولی این فرایند با ورود الکترون‌های

جدید از منبع جریان خارجی جبران می‌شود، زیرا پیوند بخشی از مدار الکتریکی بسته است. بنابراین

چگالی  $n_s$  به علت خنثی بودن الکتریکی کل سیستم ثابت می‌ماند. برای معرفی ابر جریان  $I_s \propto \frac{dn_s}{dt}$

فرض می‌شود. پس معادله‌ای برای اثر جوزفسون DC

$$I_s = I_c \sin \varphi \quad (47-1)$$

## ۸-۱- اثر جوزفسون AC

در این قسمت موردی از جریان کوچک شارشی را در نظر می‌گیریم که در پیوند جوزفسون  $I < I_c$  باشد. اگر جریان گرفته شده از چشمه‌ی خارجی از مقدار بحرانی  $I_c$  فراتر رود در این صورت در دو سر پیوند ولتاژ  $v$  ظاهر می‌شود.

رفتار سیستم مکانیک کوانتومی با معادله‌ی شرودینگر توصیف می‌شود.

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = \hat{H}\psi \quad (48-1)$$

که  $\hat{H}$  هامیلتونی سیستم است.

تابع موج حالت ایستای  $\psi_1$  در معادله‌ی زیر قرار می‌گیرد.

$$\hat{H}\psi_1 = E\psi_1 \quad (49-1)$$

که  $E$  انرژی حالت است.

$$\psi_1 = |\psi_1| e^{i\theta(t)} \quad (50-1)$$

که  $|\psi_1|$  مستقل از زمان است و با جای‌گذاری در معادله‌ی (49-1) و (50-1) داریم:

$$-\hbar \frac{\partial \theta}{\partial t} = E \quad (51-1)$$

حضور ولتاژ  $v$  در دو سر پیوند جوزفسون موجب می‌شود انرژی‌های زوج کوپر در ابررسانای دو

سمت پیوند،  $E_1$  و  $E_2$  با رابطه‌ی زیر به هم دیگر مربوط شوند.

$$E_1 - E_2 = 2ev \quad (52-1)$$

چون بار جفت  $2e$  است.

با قرار دادن (52-1) در (51-1) دومین رابطه‌ی بنیادی جوزفسون حاصل می‌شود.

$$2ev = \hbar \frac{\partial \varphi}{\partial t} \quad (53-1)$$

اگر جریان ثابت  $I > I_c$  را در پیوند جوزفسون بکار گیریم، چون ابر جریان نمی‌تواند از  $I_c$  فراتر رود، علاوه بر ابر جریان، جریانی از الکترون‌های عادی  $I_n$  باید از پیوند شروع به شارش کند. که این نتیجه منجر به مدل پیوند جوزفسون در اتصال موازی با مقاومت (RSJ) می‌شود.

در این مدل فرض می‌شود که پیوند جوزفسون در اتصال موازی با یک مقاومت معمولی، مداری را به وجود می‌آورد.

|  |                        |
|--|------------------------|
| Family name: Makareminia   | Name: Nasim            |
| Title of Thesis : Investigation of phonon effect on current voltage characteristics and current phase relation of SIS and SFS Josephson junctions.   |                        |
| Supervisor(s): Dr.Mohammad Hamdipour<br>Advisor(s): Dr.Maghsoud Saadati Niari  |                        |
| Graduate Degree <b>M.A.</b>  |                        |
| Major: Physics   | Specialty: Solid state |
| University: <b>Mohaghegh Ardabili</b>  | Faculty: science       |
| Graduation date: 1396/06/29  | Number of pages: 110   |
| <p>Abstract:</p> <p>Considering the increasing studies on Josephson junctions and the various applications that this system has in various industries, the study of these systems seems necessary. The main goal we seek in this research is to find an approach that can justify the influence of phonons in a variety of Josephson junctions, and we want to see how the phonon affects the behavior of the Josephson junctions, and whether the phonon vibrations can affect the current voltage characteristics of Josephson junctions, which is easily measurable in the lab, and if so, how will this effect? Our preliminary assumptions in this study are that superconductors on both sides of the system follow the BCS equations and Ginzburg-Landau's theory. Also the edge effects are neglected in this study, and Josephson is assumed to be a two-dimensional system, and one dimension is eliminated because of symmetry.</p> |                        |
| Keywords: High Temperature Superconductor, Josephson Junction, Phonon, Superconducting.  |                        |



**University of Mohaghegh Ardabili**

**Faculty of science**

**Department of Physics**

**Thesis submitted in partial fulfilment of the requirements for the degree of  
M.A. in solid state physics**

Title:

**Investigation of Phonon Effect on Current Voltage Characteristics and Current  
Phase Relation of SIS and SFS Josephson Junctions.**

Supervisor(s):

**Mohammad Hamdipour (Ph.D)**

Advisor(s):

**Maghsoud Saadati - Niari (Ph.D)**

By:

**Nasim Makareminia**

**September – 2017**