



دانشگاه گیلان  
معاونت آموزشی و تحصیلات تکمیلی

دانشکده علوم

گروه آموزش فیزیک

پایان نامه برای دریافت درجه کارشناسی ارشد  
رشته فیزیک گرایش اتمی - مولکولی

عنوان:

# ایجاد برهم نهی همدوس حالتها در سیستمهای چند لامبدایی با پالسهای هیپر بولیک

پژوهشگر:

شیرین یادگار مغانلو

استاد راهنما:

دکتر مقصود سعادت‌نیاری

استاد مشاور:

دکتر فرهاد ستاری

آبان ماه ۱۳۹۷



عنوان و نام پدیدآور:	ایجاد برهم نهی همدوس حالتها در سیستمهای چند لامبدایی با پالسهای هیپربولیک / شیرین یادگار مغانلو
استادانراهنما:	دکتر مقصود سعادت‌نیاری
استادان مشاور:	دکتر فرهاد ستاری
تاریخ دفاع:	۱۳۹۷/۰۸/۲۳
تعداد صفحات:	۸۷ ص.
شماره پایان‌نامه:	نام گروه / شماره پایان‌نامه

### چکیده:

**هدف:** ایجاد برهم نهی همدوس حالتها در سیستمهای چند لامبدایی با استفاده از پالسهای سکانت هیپربولیک مطالعه شده است.

**روش‌شناسی پژوهش:** برای ایجاد برهم نهی همدوس حالتها در سیستمهای چند لامبدایی با پالسهای سکانت هیپربولیک ابتدا هامیلتونی موثر اندرکنش اتم با میدان لیزری معرفی شده و روش تنظیم مساحت پالس برای انتقال جمعیت در این سیستم به کار گرفته شده است. در ادامه سیستمهای چند لامبدایی معرفی شده و ساده‌سازی این سیستمها با استفاده از تبدیل موریس- شور بررسی شده است. نشان داده شده است که با استفاده از تبدیلات موریس- شور یک سیستم چند لامبدایی به یک سیستم سه ترازوی و مجموعه‌ای از سیستمهای دو ترازوی مستقل کاهش می‌یابد.

**یافته‌ها:** انتقال جمعیت با استفاده از پالسهای سکانت هیپربولیک در سیستمهای سه ترازوی و در حالت غیر تشدیدی به صورت تحلیلی و عددی در شرایط مختلف مطالعه شده است و برای سیستمهای چند لامبدایی به کار گرفته شده است.

**نتیجه‌گیری:** نشان داده شده است که با استفاده از پالسهای سکانت هیپربولیک می‌توان یک برهم نهی همدوس با ضریب دامنه اختیاری از حالت‌های زمینه در سیستمهای چند لامبدایی را در شرایط مختلف ایجاد کرد، که متفاوت با پالسهای گوسین باشد.

**واژه‌های کلیدی:** برهم نهی همدوس، پالسهای سکانت هیپربولیک، تبدیل موریس- شور، حالت غیر تشدیدی، سیستم چند لامبدایی، هامیلتونی موثر

در سالهای اخیر همراه با پیشرفت‌هایی که در ساخت لیزر صورت گرفته است و با ابداع لیزرهای پالسی در فرکانسهای مختلف اندرکنش اتم، مولکول، یون و ... با لیزرهای پالسی مورد توجه قرار گرفته است. اندرکنش لیزر با اتم کاربردهای بسیاری در حوزه های مختلف فیزیکی همانند طیف سنجی<sup>۱</sup>، الگوریتمهای کوانتومی<sup>۲</sup>، ایجاد حالت‌های در هم تنیده<sup>۳</sup>، ایجاد درگاههای کوانتومی<sup>۴</sup> و ... دارد. یکی از حالت‌هایی که در اندرکنش اتم با میدان لیزری مطرح است، ایجاد یک برهم نهی همدوس<sup>۵</sup> از چندین حالت از یک حالت اولیه منفرد است. در سالهای اخیر ایجاد برهم نهی همدوس حالتها (Kral et al. 2007) نقش قابل توجهی در علم اطلاعات کوانتومی (Nielsen et al. 2000) و اپتیک غیر خطی (Tian et al. 2016; Zhang et al., 2015) داشته است. انواع الگوهای جفت شدگی در اندرکنش لیزر با اتم برای ایجاد یکبرهم نهی همدوس از حالتها می‌تواند وجود داشته باشد. یکی از این حالتها سیستم N- پایه<sup>۶</sup> است که از N تراز زمينه و یک تراز تحریکی تشکیل می‌شود که ترازهای زمينه می‌توانند تبهگن و یا غیر تبهگن باشند. فرض می‌شود که سیستم در یکی از حالت‌های زمينه قرار دارد و در ادامه با کنترل پالسهای لیزری

---

<sup>۱</sup> Spectroscopy

<sup>۲</sup> Quantum Algorithms

<sup>۳</sup> Creating interconnected modes

<sup>۴</sup> Entangle States

<sup>۵</sup> Quantum gattes

<sup>۶</sup> N- Pod System

و یا به عبارتی دیگر دینامیک تحول زمانی سیستم، یک برهم نهی همدوس از حالت‌های زمینه ایجاد می‌شود. در سال‌های اخیر در مرجع (Amniat-Talab et al. 2011) ایجاد برهم نهی همدوس حالتها در سیستمهای  $N$  - پایه با روش گذار بی دررو تحریکی رامان<sup>Y</sup> (Gaubatz et al. 1990; Bergmann et al. 1998; Vitanov et al. 2001; Bergmann et al. 2015) بررسی شده است. همچنین در مرجع (Kyoseva et al. 2006) ایجاد برهم نهی همدوس حالتها در سیستمهای  $N$  - پایه با روش تنظیم مساحت پالس (Shore. 1990) مطالعه شده است. یکی دیگر از سیستمهایی که در ایجاد برهم نهی همدوس حالتها مورد توجه است یک سیستم چند لامبدایی<sup>^</sup> می‌باشد. چنین سیستمی از یک تراز زمینه اول،  $N$  تراز تحریکی و  $N$  تراز زمینه دوم تشکیل شده است. در برهم نهی همدوس حالتها در این سیستم فرض می‌شود که سیستم ابتدا در حالت زمینه منفرد اولیه قرار دارد و با کنترل دینامیک تحول زمانی، سیستم به یک برهم نهی همدوس از ترازهای زمینه دوم منتقل می‌شود. در مرجع (Unanyan et al. 2001) ایجاد برهم نهی همدوس حالتها در سیستم چند لامبدایی با روش گذار بی دررو تحریکی رامان بررسی شده است که در این مرجع نرخ واکوکی ثابت و از پالسهای گوسین استفاده شده است. همچنین در مرجع (Amniat- Talab et al. 2014) از روش تنظیم مساحت پالس برای ایجاد برهم نهی همدوس حالتها در سیستم چند لامبدایی

---

<sup>Y</sup> Stimulated Raman adiabatic passage (STIRAP)

<sup>^</sup> Multi- lambda System

استفاده شده است. که در آن دوباره از پالسهای گوسین استفاده شده و سیستم در حالت تشدید فرض شده است.

در این پایان نامه برای نخستین بار ایجاد برهم نهی همدوس حالتها در سیستم چند لامبدایی با استفاده از پالسهای سکانت هیپربولیک و در حالت غیر تشدید به صورت تحلیلی و عددی بررسی خواهد شد. در این بررسی نرخ واکوکی می تواند ثابت و یا وابسته به زمان باشد و تاثیر نرخهای مختلف واکوکی و پارامترهای دیگر لیزر بر وفاداری نهایی<sup>۹</sup> حالت برهم نهی ایجاد شده بررسی خواهد شد. در ادامه ایجاد برهم نهی در سیستم چند لامبدایی با استفاده از پالسهای سکانت هیپربولیک با پالسهای گوسین مقایسه خواهد شد و به منظور ساده سازی سیستم از نظر تحلیل ریاضی از تبدیل موریس - شور<sup>۱۰</sup> ( Morris et al. 1983; Rangelov et al. 2006; Shore. 2014) استفاده خواهد شد.

## ۱-۲ اندرکنش یک اتم دو ترازی با میدان کلاسیکی

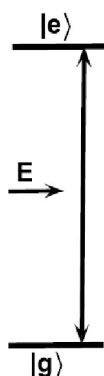
در این فصل ابتدا اندرکنش اتم دو ترازی با میدان کلاسیکی لیزری مطالعه شده و هامیلتونی موثر این سیستم محاسبه خواهد شد. در ادامه هامیلتونی سیستم دو ترازی به سیستم سه ترازی تعمیم داده شده و روش انتقال جمعیت در سیستمهای دو ترازی و سه ترازی با روش تنظیم مساحت پالس بررسی خواهد شد. در نهایت

---

<sup>۹</sup> Final Fidelity

<sup>۱۰</sup> Morris- Shore transformation

روش زنجیره پالسهای همپوشان در سیستمهای سه تراز می معرفی خواهد شد. یک اتم دو تراز را به صورت شکل (۱-۱) در نظر می گیریم که در آن تراز زمينه را با  $|g\rangle$  و تراز تحريکي را با  $|e\rangle$  نمایش می دهیم که با میدان الکترومغناطیسی (لیزر) اندرکنش دارد. با توجه به اینکه در اندرکنش اتم با میدان الکترومغناطیسی، اندرکنش میدان الکتریکی با اتم در نظر گرفته می شود (Shore, 1990)، بنابراین تنها اندرکنش میدان الکتریکی با اتم دو تراز می در شکل (۱-۱) نمایش داده شده است.



شکل ۱-۱: اندرکنش اتم دو تراز می با میدان الکتریکی.

در شکل بالا انرژی تراز زمينه  $E_g = \hbar\omega_g$  و انرژی تراز تحريکي  $E_e = \hbar\omega_e$  در نظر گرفته می شود. همچنین  $\omega$  به عنوان فرکانس میدان ليزری فرض می شود، که در حالت تشديد  $\omega = \omega_e - \omega_g$  خواهد بود.

### ۳-۱ مدل نیمه کلاسیکی

در رهیافت نیمه کلاسیکی اتم را به صورت کوانتومی و میدان الکترومغناطیسی را به صورت کلاسیکی در نظر می گیریم. و بنابراین برای اتم یک تابع موج به

صورت زیر نسبت می‌دهیم.

$$c_g|g\rangle + c_e|e\rangle|\Psi\rangle = \quad (۱-۱)$$

که در آن  $|c_g|^2$  احتمال حضور الکترون در تراز  $|g\rangle$  و  $|c_e|^2$  احتمال حضور الکترون در تراز  $|e\rangle$  می‌باشد.

در اپتیک کوانتومی احتمال حضور الکترون در تراز  $|g\rangle$  را جمعیت تراز  $|g\rangle$  و احتمال حضور الکترون در تراز  $|e\rangle$  را جمعیت تراز  $|e\rangle$  می‌نامند. با توجه به اینکه حالت های اتم تحول زمانی پیدا می کنند بنابراین می توان از معادله وابسته به زمان شرودینگر برای بررسی تحول زمانی سیستم استفاده کرد.

$$i\hbar \frac{\partial |\Psi\rangle}{\partial t} = H|\Psi\rangle \quad (۲-۱)$$

برای حل معادله شرودینگر باید حالت اولیه سیستم معلوم باشد. در اینجا فرض می کنیم که حالت اولیه سیستم  $|g\rangle = |\Psi(t_i)\rangle$  باشد، به این معنی که اتم ابتدا در تراز زمینه  $|g\rangle$  باشد یعنی  $c_g(0) = 1$  و  $c_e(0) = 0$ . فضای هیلبرت در این مسئله به صورت  $S = \{|g\rangle, |e\rangle\}$  می باشد که در آن  $|g\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$  و  $|e\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$  خواهد بود.

همیلتونی اندرکنش اتم دو تراز با میدان لیزری می‌تواند به صورت زیر نوشته می‌شود.

$$H = H^A + H^{AF} \quad (۳-۱)$$

که  $H^A$  همیلتونی اتم و  $H^{AF}$  همیلتونی اندرکنش اتم با میدان لیزری می‌باشد که در زیر به تحلیل آنها می پردازیم. همیلتونی اتم خالص به صورت یک ماتریس از



مرتبه دو خواهد بود که عناصر ماتریس آن در رابطه (۴-۱) نمایش داده شده است.

$$H^A = \begin{bmatrix} \langle g|H_A|g\rangle & \langle g|H_A|e\rangle \\ \langle e|H_A|g\rangle & \langle e|H_A|e\rangle \end{bmatrix} \quad (۴-۱)$$

که در نهایت به صورت زیر در می آید.

$$H^A = \begin{bmatrix} \hbar\omega_g & 0 \\ 0 & \hbar\omega_e \end{bmatrix} \quad (۵-۱)$$

هامیلتونی رابطه بالا را می توان به صورت زیر نیز نوشت:

$$H^A = \hbar\omega_g|g\rangle\langle g| + \hbar\omega_e|e\rangle\langle e| \quad (۶-۱)$$

همچنین هامیلتونی اندرکنش اتم با میدان الکتریکی به صورت زیر خواهد بود.

$$H^{AF} = -PE \quad (۷-۱)$$

که در آن عملگر ممان دو قطبی می باشد و E نشان دهنده میدان الکتریکی

خواهد بود و در نهایت هامیلتونی اندرکنش اتم با میدان به صورت زیر خواهد بود.

$$H^{AF} = \begin{bmatrix} 0 & -p_{ge}E(t) \\ -p_{eg}E(t) & 0 \end{bmatrix} \quad (۸-۱)$$

که در آن میدان الکتریکی را به صورت زیر در نظر می گیریم.

$$E = |\varepsilon|e^{-i(\omega t - \varphi)} + |\varepsilon|e^{i(\omega t - \varphi)} = 2|\varepsilon| \cos(\omega t - \varphi) \quad (۹-۱)$$

و با استفاده از رابطه  $\varepsilon = |\varepsilon|e^{i\varphi}$  می توان میدان الکتریکی را به طریق زیر به

دست آورد:

$$E = \varepsilon e^{-i\omega t} + \varepsilon^* e^{i\omega t} \quad (۱۰-۱)$$

با جایگذاری دو رابطه (۵-۱) و (۸-۱) هامیلتونی کل به صورت زیر به دست می

آید :

$$H = \begin{bmatrix} \hbar\omega_g & -p_{ge}E(t) \\ -p_{eg}E(t) & \hbar\omega_e \end{bmatrix} \quad (11-1)$$

با جایگذاری رابطه (11-1) در رابطه (2-1) معادله شرودینگر وابسته به زمان را

به صورت زیر به دست می‌آوریم.

$$i\hbar \frac{\partial |\Psi\rangle}{\partial t} = H|\Psi\rangle \quad ; \quad \frac{\partial |\Psi\rangle}{\partial t} = \frac{-i}{\hbar} H|\Psi\rangle \quad (12-1)$$

$$\begin{bmatrix} c_g(t) \\ c_e(t) \end{bmatrix} =$$

(13-1)

رابطه (12-1) را به صورت ماتریسی می‌نویسیم:

$$\frac{\partial}{\partial t} \begin{bmatrix} c_g(t) \\ c_e(t) \end{bmatrix} = \frac{-i}{\hbar} \begin{bmatrix} \hbar\omega_g & -p_{ge}E(t) \\ -p_{eg}E(t) & \hbar\omega_e \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_g(t) \\ c_e(t) \end{bmatrix} \quad (14-1)$$

رابطه بالا را می‌توان به صورت رابطه‌های زیر بازنویسی کرد:

$$\frac{\partial c_g(t)}{\partial t} = -i\omega_g c_g(t) + \frac{i}{\hbar} p_{ge} E(t) c_e(t) \quad (15-1)$$

$$\frac{\partial c_e(t)}{\partial t} = -i\omega_e c_e(t) + \frac{i}{\hbar} p_{eg} E(t) c_g(t) \quad (16-1)$$

هدف از حل این معادله‌ها پیدا کردن احتمال حضور الکترون در

ترازهای  $|g\rangle$  و  $|e\rangle$  پس از گذشت زمان  $t$  می‌باشد.

$$|c_g(t)|^2 = p_{|g\rangle}(t) \quad (17-1)$$

$$|c_e(t)|^2 = p_{|e\rangle}(t) \quad (18-1)$$

با جایگذاری رابطه مربوط به میدان الکتریکی در معادله‌های (15-1) و (16-1)

این روابط به صورت زیر در می‌آید:

$$\frac{\partial c_g(t)}{\partial t} = -i\omega_g c_g(t) + \frac{i}{\hbar} p_{ge} (\epsilon e^{-i\omega t} + \epsilon^* e^{i\omega t}) c_e(t) \quad (19-1)$$

$$\frac{\partial c_e(t)}{\partial t} = -i\omega_e c_e(t) + \frac{i}{\hbar} p_{eg} (\epsilon e^{-i\omega t} + \epsilon^* e^{i\omega t}) c_g(t) \quad (20-1)$$

با استفاده از تغییر متغیر و پارامترهای جدید رابطه های بالا را بازنویسی می-

کنیم:

$$c_g(t) = \tilde{c}_g(t) e^{-i\omega_g t} \quad (21-1)$$

$$c_e(t) = \tilde{c}_e(t) e^{-i\omega_e t} \quad (22-1)$$

در اینجا باید این نکته ذکر شود که علی رغم اینکه  $c_g(t)$  و  $c_e(t)$  متفاوت

از  $\tilde{c}_g(t)$  و  $\tilde{c}_e(t)$  می باشد ولی جمعیت هر دو مقدار یکسانی را شامل می شود.

$$|c_g(t)|^2 = p_g(t) \quad ; \quad |c_e(t)|^2 = p_e(t) \quad (23-1)$$

$$|\tilde{c}_g(t)|^2 = |c_g(t)|^2 \quad ; \quad |\tilde{c}_e(t)|^2 = |c_e(t)|^2 \quad (24-1)$$

پارامترهای جدید در رابطه (19-1) معادله به صورت زیر به دست می آید:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\tilde{c}_g(t) e^{-i\omega_g t}) = -i\omega_g \tilde{c}_g(t) e^{-i\omega_g t} + \frac{i}{\hbar} p_{ge} (\epsilon e^{-i\omega t} + \epsilon^* e^{i\omega t}) \tilde{c}_e(t) e^{-i\omega_e t} \quad (25-1)$$

$$\frac{\partial \tilde{c}_g(t)}{\partial t} e^{-i\omega_g t} + \tilde{c}_g(t) (-i\omega_g) e^{-i\omega_g t} = \frac{i}{\hbar} p_{ge} (\epsilon e^{-i\omega t} + \epsilon^* e^{i\omega t}) \tilde{c}_e(t) e^{-i\omega_e t} \quad (26-1)$$

طرفین را به  $e^{i\omega_g t}$  ضرب می کنیم:

$$\frac{\partial \tilde{c}_g(t)}{\partial t} = \frac{i}{\hbar} p_{ge} (\epsilon e^{-i\omega t} + \epsilon^* e^{i\omega t}) \tilde{c}_e(t) e^{-i(\omega_e - \omega_g)t} \quad (27-1)$$

$-i\omega_g$

$$\frac{\partial \tilde{c}_g(t)}{\partial t} = \frac{i}{\hbar} p_{ge} (\epsilon e^{-i(\omega + \omega_{eg})t} + \epsilon^* e^{i(\omega - \omega_{eg})t}) \tilde{c}_e(t) \quad (28-1)$$

و به همین ترتیب با جایگذاری رابطه های (21-1) و (22-1) در رابطه (20-1)

معادله زیر به دست می آید:

$$\frac{\partial \tilde{c}_e(t)}{\partial t} = \frac{i}{\hbar} p_{eg} (\epsilon e^{-i(\omega - \omega_{eg})t} + \epsilon^* e^{i(\omega + \omega_{eg})t}) \tilde{c}_g(t) \quad (29-1)$$

در ادامه از تقریبی به نام تقریب موج چرخان<sup>11</sup> استفاده می کنیم و از عبارتهای

نمایی که دارای توان  $\omega + \omega_{eg}$  هستند، صرف نظر می کنیم. و با در نظر

گرفتو اکوکی  $\Delta = \omega - \omega_{eg}$  داریم:

$$\frac{\partial \tilde{c}_g(t)}{\partial t} = \frac{i}{\hbar} p_{ge} \tilde{c}_e(t) \epsilon^* e^{i\Delta t} \quad (30-1)$$

$$\frac{\partial \tilde{c}_e(t)}{\partial t} = \frac{i}{\hbar} p_{eg} \tilde{c}_g(t) \epsilon e^{-i\Delta t} \quad (31-1)$$

باید توجه داشته باشیم که  $p_{ge} = p_{eg}$  و هدف از حل این معادلات پیدا

کردن  $|\tilde{c}_g(t)|^2$  و  $|\tilde{c}_e(t)|^2$  است اما پیش از آن به تحلیل ساختار هامیلتونی موثر می

پردازیم.

#### ۴-۱ ساختار هامیلتونی موثر:

در این بخش فرکانس رابی<sup>12</sup> را به صورت  $\Omega = \frac{p_{ge}\epsilon}{\hbar}$  تعریف می کنیم و به منظور

به دست آوردن ساختار هامیلتونی موثر، پایه های جدید  $\tilde{c}_g(t)$  و  $\tilde{c}_e(t)$  را به صورت

زیر تعریف می کنیم.

$$\tilde{c}_g'(t) = \tilde{c}_g(t) \quad (32-1)$$

<sup>11</sup>Rotating wave approximation

<sup>12</sup>Rabi Frequence

$$\tilde{c}'_e(t) = \tilde{c}_e(t)e^{i\Delta t} \Rightarrow \tilde{c}_e(t) = \tilde{c}'_e(t)e^{-i\Delta t} \quad (۳۳-۱)$$

که با استفاده از روابط بالا، خواهیم داشت:

$$|\tilde{c}'_g(t)|^2 = |\tilde{c}_g(t)|^2 ; \quad |\tilde{c}'_e(t)|^2 = |\tilde{c}_e(t)e^{i\Delta t}|^2 \quad (۳۴-۱)$$

با جایگذاری رابطه های (۳۲-۱) و (۳۳-۱) در (۳۰-۱) و (۳۱-۱) به معادله های

زیر می‌رسیم:

$$\frac{\partial \tilde{c}'_g(t)}{\partial t} = i\Omega^* e^{i\Delta t} \tilde{c}'_e(t) e^{-i\Delta t} \quad (۳۵-۱)$$

$$\frac{\partial \tilde{c}'_g(t)}{\partial t} = i\Omega^* \tilde{c}'_e(t) \quad (۳۶-۱)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\tilde{c}'_e(t) e^{-i\Delta t}) = i\Omega e^{-i\Delta t} \tilde{c}'_g(t) \quad (۳۷-۱)$$

$$\frac{\partial \tilde{c}'_e(t)}{\partial t} e^{-i\Delta t} - i\Delta e^{-i\Delta t} \tilde{c}'_e(t) = i\Omega e^{-i\Delta t} \tilde{c}'_g(t) \quad (۳۸-۱)$$

$$\frac{\partial \tilde{c}'_e(t)}{\partial t} = i\Delta \tilde{c}'_e(t) + i\Omega \tilde{c}'_g(t) \quad (۳۹-۱)$$

رابطه های (۳۶-۱) و (۳۹-۱) را به صورت ماتریسی می‌نویسیم:

$$\frac{\partial}{\partial t} \begin{bmatrix} \tilde{c}'_g(t) \\ \tilde{c}'_e(t) \end{bmatrix} = i \begin{bmatrix} 0 & \Omega^* \\ \Omega & \Delta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{c}'_g(t) \\ \tilde{c}'_e(t) \end{bmatrix} \quad (۴۰-۱)$$

رابطه بالا را به صورت زیر نیز می‌توان نوشت:

$$i \frac{\partial}{\partial t} \begin{bmatrix} \tilde{c}'_g(t) \\ \tilde{c}'_e(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\Omega^* \\ -\Omega & -\Delta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{c}'_g(t) \\ \tilde{c}'_e(t) \end{bmatrix} \quad (۴۱-۱)$$

بنابراین معادله شرودینگر وابسته به زمان بر اساس هامیلتونی موثر به صورت

زیر خواهد بود.

$$i \frac{\partial |\tilde{\Psi}\rangle}{\partial t} = H^{\text{eff}} |\tilde{\Psi}\rangle, \quad H^{\text{eff}} = \begin{bmatrix} 0 & -\Omega^* \\ -\Omega & -\Delta \end{bmatrix} \quad (۴۲-۱)$$

با توجه به اینکه ماتریس را بر حسب فرکانس رابی نوشتیم معادله شرودینگر وابسته به زمان با در نظر گرفتن  $\hbar, H^{eff}$  نخواهد داشت.

نکته اول: در بسیاری از منابع  $\Delta$  به صورت  $\Delta = \omega_{eg} - \omega$  تعریف می شود و بنابراین در نوشتن هامیلتونی موثر  $\Delta$  تبدیل به  $\Delta +$  می شود.

نکته دوم: در بسیاری از منابع دامنه میدان متفاوت در نظر گرفته می شود و عناصر هامیلتونی موثر به جای  $\Omega^*$  و  $\Omega$  تبدیل به  $\frac{\Omega^*}{2}$  و  $\frac{\Omega}{2}$  می شود.

نکته سوم: در بسیاری از منابع فرکانس رابی به صورت  $\Omega = \frac{-p_{ge}E}{\hbar}$  تعریف می - شود و بنابراین علامت منفی در هامیلتونی موثر ظاهر نمی شود.

### ۱-۵ حل تحلیلی معادله شرودینگر برای سیستم دو تراز

در ادامه می خواهیم با استفاده از حل تحلیلی، جوابهای معادله شرودینگر را برای اندرکنش اتم دو تراز با میدان لیزری به دست آوریم.

رابطه های (۱-۳۰) و (۱-۳۱) با فرض اینکه  $\varepsilon = 0, \varphi = \Omega^*$  و  $\Omega = \Omega^*$  به معادله های زیر تبدیل می شود:

$$\frac{\partial \tilde{c}_g(t)}{\partial t} = i\Omega e^{i\Delta t} \tilde{c}_e(t) \quad (۴۳-۱)$$

$$\frac{\partial \tilde{c}_e(t)}{\partial t} = i\Omega e^{-i\Delta t} \tilde{c}_g(t) \quad (۴۴-۱)$$

تبدیل لاپلاس تابع  $f(t)$  را که با  $L(s)$  نمایش داده می شود، به صورت زیر در نظر

می گیریم.

$$\int_0^{\infty} f(t) e^{-st} dt = L(s) \quad (۴۵-۱)$$

همچنین روابط زیر برای تبدیلات لاپلاس برقرار است.

$$\int_0^{\infty} \dot{f}(t)e^{-st}dt = SL(s) - f(0) \quad (46-1)$$

$$\int_0^{\infty} f(t)e^{-st}e^{pt}dt = L(s-p) \quad (47-1)$$

با قرار دادن  $f(t) = \tilde{c}_g(t)$  و جایگذاری در رابطه (46-1) داریم:

$$\int_0^{\infty} \tilde{c}_g(t) e^{-st}dt = SL(s) - \tilde{c}_g(0) \quad (48-1)$$

با در نظر گرفتن  $\tilde{c}_g(t) = i\Omega e^{i\Delta t} \tilde{c}_e(t)$  و شرط اولیه  $\tilde{c}_g(0) = 1$  خواهیم داشت:

$$i\Omega \int_0^{\infty} \tilde{c}_e(t) e^{-st} e^{i\Delta t} dt = SL_g(s) - 1 \quad (49-1)$$

با استفاده از رابطه (49-1) می توان نوشت:

$$i\Omega L_e(s - i\Delta) = SL_g(s) - 1 \xrightarrow{\text{بنابراین}} L_e(s - i\Delta) = \frac{SL_g(s) - 1}{i\Omega} \quad (50-1)$$

و با قرار دادن  $f(t) = \tilde{c}_e(t)$  در رابطه (46-1) داریم:

$$\int_0^{\infty} \tilde{c}_e(t) e^{-i\Delta t} dt = SL_e(s) - \tilde{c}_e(0); \tilde{c}_e(0) = 0 \quad (51-1)$$

$$i\Omega L_g(s + i\Delta) = sL_e(s) \quad (53-1) \quad i\Omega \int_0^{\infty} \tilde{c}_g(t) e^{-st} e^{-i\Delta t} dt = SL_e(s) \quad (52-1)$$

در رابطه (53-1) به جای  $s$  از  $s - i\Delta$  استفاده می کنیم:

$$i\Omega L_g(s) = (s - i\Delta)L_e(s - i\Delta) \quad (54-1)$$

در نتیجه با جایگذاری رابطه (50-1) در رابطه (54-1) خواهیم داشت:

$$i\Omega L_g(s) = (s - i\Delta) \frac{SL_g(s) - 1}{i\Omega} \quad (55-1)$$

$$-\Omega^2 L_g(s) = S^2 L_g(s) - i\Delta S L_g(s) - S + i\Delta \quad (56-1)$$

$$L_g(s)(S^2 + \Omega^2 - i\Delta S) = S - i\Delta \xrightarrow{\text{بنابراین}} L_g(s) = \frac{S - i\Delta}{S^2 + \Omega^2 - i\Delta S} \quad (57-1)$$

رابطه (57-1) را بر اساس  $S_{\pm}$  بازنویسی می کنیم:

$$S_{\pm} = i\left(\frac{\Delta}{2} \pm \sqrt{\Omega^2 + \left(\frac{\Delta}{2}\right)^2}\right) \quad (58-1)$$

$$L_g(s) = \frac{s-i\Delta}{(s-s_+)(s-s_-)} = \frac{A}{s-s_+} + \frac{B}{s-s_-} \quad (59-1)$$

A و B ضرایب مجهولی هستند که می‌خواهیم آنها را حساب کنیم، در نتیجه با ضرب رابطه (59-1) در  $(s - s_+)$  خواهیم داشت:

$$\frac{s-i\Delta}{s-s_-} = A + \frac{B(s-s_+)}{s-s_-} \quad (60-1)$$

با تبدیل  $s$  به  $s_+$  ضریب A را به شکل زیر به دست می‌آوریم:

$$A = \frac{s_+ - i\Delta}{s_+ - s_-} \quad (61-1)$$

و به همین ترتیب با ضرب رابطه (59-1) در  $(s - s_-)$  و همچنین با

تبدیل  $s$  به  $s_-$  ضریب B به شکل زیر به دست خواهد آمد:

$$\frac{s-i\Delta}{s-s_+} = \frac{A(s-s_-)}{s-s_+} + B \quad (62-1)$$

$$B = \frac{s_- - i\Delta}{s_- - s_+} \quad (63-1)$$

با جایگذاری A و B در رابطه (59-1) داریم:

$$L_g(s) = \frac{s_+ - i\Delta}{(s_+ - s_-)(s - s_+)} - \frac{s_- - i\Delta}{(s_+ - s_-)(s - s_-)} \quad (64-1)$$

با استفاده از رابطه (45-1) و با در نظر گرفتن  $f(t) = e^{s_+ t}$  خواهیم داشت:

$$\int_0^{\infty} e^{-st} e^{s_+ t} dt = \int_0^{\infty} e^{-(s-s_+)t} dt = \frac{-1}{s-s_+} (0 - 1) = \frac{1}{s-s_+} \quad (65-1)$$

و به همین ترتیب برای  $f(t) = e^{s_- t}$  به دست می‌آید:

$$\int_0^{\infty} e^{-st} e^{s_- t} dt = \frac{1}{s-s_-} \quad (66-1)$$

بنابراین با جایگذاری روابط (65-1) و (66-1) در معادله (64-1) تبدیل



معکوس  $L_g(s)$  به صورت زیر به دست خواهد آمد:

$$\tilde{c}_g(t) = \frac{s_+ - i\Delta}{s_+ - s_-} e^{s_+ t} - \frac{s_- - i\Delta}{s_+ - s_-} e^{s_- t} \quad (67-1)$$

با تعریف  $\bar{\Omega} = \sqrt{\Omega^2 + \left(\frac{\Delta}{2}\right)^2}$ ، خواهیم داشت:

$$s_{\pm} = i \left( \frac{\Delta}{2} \pm \bar{\Omega} \right) ; \quad s_+ - s_- = 2i\bar{\Omega} \quad (68-1)$$

$$\tilde{c}_g(t) = \frac{-i\frac{\Delta}{2} + i\bar{\Omega}}{2i\bar{\Omega}} e^{i\frac{\Delta}{2}t} e^{i\bar{\Omega}t} - \frac{-i\frac{\Delta}{2} - i\bar{\Omega}}{2i\bar{\Omega}} e^{i\frac{\Delta}{2}t} e^{-i\bar{\Omega}t} \quad (69-1)$$

$$\tilde{c}_g(t) = e^{i\frac{\Delta}{2}t} \left( \frac{-i\Delta}{4i\bar{\Omega}} e^{i\bar{\Omega}t} + \frac{i\bar{\Omega}}{2i\bar{\Omega}} e^{i\bar{\Omega}t} + \frac{i\Delta}{4i\bar{\Omega}} e^{-i\bar{\Omega}t} + \frac{i\bar{\Omega}}{2i\bar{\Omega}} e^{-i\bar{\Omega}t} \right) \quad (70-1)$$

$$e^{i\frac{\Delta}{2}t} \left( \frac{-\Delta}{4\bar{\Omega}} (e^{i\bar{\Omega}t} - e^{-i\bar{\Omega}t}) + \frac{1}{2} (e^{i\bar{\Omega}t} + e^{-i\bar{\Omega}t}) \right)$$

$$\tilde{c}_g(t) = e^{i\frac{\Delta}{2}t} \left( \cos(\bar{\Omega}t) - \frac{i\Delta}{2\bar{\Omega}} \sin(\bar{\Omega}t) \right) \quad (71-1)$$

به همین ترتیب برای  $\tilde{c}_e(t)$  خواهیم داشت:

$$\tilde{c}_e(t) = i e^{-i\frac{\Delta}{2}t} \frac{\Omega}{\bar{\Omega}} \sin(\bar{\Omega}t) \quad (72-1)$$

در حالت خاص  $\Delta = 0$  (حالت تشدید)،  $\bar{\Omega} = \Omega$  خواهد بود و در نتیجه خواهیم

داشت:

$$\tilde{c}_g(t) = \cos(\Omega t) ; \quad |\tilde{c}_g(t)|^2 = \cos^2(\Omega t) \quad (73-1)$$

$$\tilde{c}_e(t) = i \sin(\Omega t) ; \quad |\tilde{c}_e(t)|^2 = \sin^2(\Omega t) \quad (74-1)$$

Title and Author:	<b>Creation of coherent superposition of states in multi- lambda systems using hyperbolic pulses/ Shirin Yadegar Moghanlou</b>
Supervisor:	<b>Dr. Maghsoud Saadati Niari</b>
Advisor:	<b>Dr. Farhad Sattari</b>
Graduation date:	
Number of pages:	<b>87</b>

**Abstract**

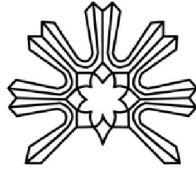
**Research Aim:**Creation of coherent superposition of states in multi- lambda systems using secant-hyperbolicpulses is investigated.

**Research method:**For the creation of coherent superposition of states in multi-lambda systems using hyperbolic pulsesthe effective Hamiltonian of atom-laser interaction is introduced and the pulse area technique is investigated in a three state quantum system. In the following the multi-lambda systems is introduced and it is shown that how the Morris-Shore transformation can be used to simplify these systems. Using Morris-Shore transformation the multi-lambda systeme is reduced to three state system and independant two state systems.

**Findings:** The conditions of population transfer in three-state quantum systems using secant-hyperbolic pulses in on-resonance and off-resonance cases has been studied analytically and numerically and is investigated in multi-lambda systems.

**Conclusion:**It is shown that using a proper secant-hyperbolic pulses one can create an arbitrary coherent superposition from ground states in a multi-lambda systems.

**Keywords:**coherent superposition,secant-hyperbolic pulses, Morris-Shore transformation, off-resonance cases,multi-lambda systems, effective Hamiltonian,



University of Mohaghegh Ardabili  
Faculty of Science  
Department of Physics

Thesis submitted in partial fulfillment for the degree of  
M.Sc. in the field of Atomic- molecular physics

Titel:

**Creation of coherent superposition of  
states in multi- lambda systems using  
hyperbolic pulses**

By:

**Shirin Yadegar Moghanlou**

Supervisor:

**Dr. Maghsoud Saadati Niari**

Advisor:

**Dr. Farhad Sattari**

**November 2018**