



دانشکده علوم پایه  
گروه فیزیک

مطالعه سیستمهای دینامیکی آشوبناک کوپل شده  
برپایه نظریه گراف و کاربرد آنها

استاد راهنما  
دکتر صدیف احدپور کلخوران

استاد مشاور  
داوود منظوری

توسط  
یاسر صدرا

دانشگاه محقق اردبیلی

شهریور ۱۳۸۹



## مطالعه سیستمهای دینامیکی آشوبناک کوپل شده برپایه نظریه گراف و کاربرد آنها

توسط  
یاسر صدرا

پایان نامه برای اخذ درجه کارشناسی ارشد  
در رشته فیزیک نظری  
از  
دانشگاه محقق اردبیلی  
اردبیل- ایران

ارزیابی و تصویب شده توسط کمیته پایان نامه با  
درجه:  
دکتر صدیف احدپور کلخوران (استاد راهنما و رئیس  
کمیته) استادیار  
داوود منظوری (استاد مشاور)  
مربی  
دکتر قادر نجارباشی (داور داخلی)  
استادیار  
دکتر محمدرضا ابوالحسنی (داور خارجی)  
استادیار

شهریور- ۱۳۸۹

نام خانوادگی دانشجو: صدرا نام: یاسر
عنوان پایان نامه: مطالعه سیستمهای دینامیکی آشوبناک کوپل شده برپایه نظریه گراف و کاربرد آنها
استاد راهنما: دکتر صدیف احدپور کلخوران استاد مشاور: داوود منظوری
مقطع تحصیلی: کارشناسی ارشد رشته: فیزیک گرایش: نظری دانشگاه: محقق اردبیلی دانشکده: علوم - گروه فیزیک تاریخ فارغ التحصیلی: تعداد صفحه: ۹۶ صفحه ۸۹/۶/۲۷
کلید واژه ها: سیستمهای دینامیکی، آشوب، رندوم، گرافهای پدیداری، رمزنگاری، مولدهای اعداد رندومی، گرافهای پدیداری دودویی.

### چکیده :

در این پایان‌نامه، ابتدا یک مقدمه کوتاهی برای سیستم‌های دینامیکی بیان می‌کنیم. سپس، نظریه گراف را مورد مطالعه قرار می‌دهیم. یکی از شاخه‌های نظریه گراف، شبکه‌های پیچیده می‌باشد. با استفاده از گراف پدیداری که یک شبکه پیچیده می‌باشد، سیستم‌های دینامیکی گسسته آشوبناک و رندومی و کاربردهای آنها در نظریه اطلاعات و رمزنگاری را مورد تجزیه و تحلیل قرار می‌دهیم. در پایان، دو مولد اعداد شبه رندومی را پیشنهاد می‌کنیم و همچنین گراف پدیداری دودویی (BVG) که مدل جدیدی از گراف پدیداری است را معرفی می‌کنیم.

## فهرست مطالب

عنوان	.....
.....	.....
صفحه	.....

### فصل اول: مقدمه

مقدمه	.....
.....	.....
.....	.....
.....	.....

۲۰

### فصل دوم: بررسی منابع و روشها

نگاشتهای	۱-۲
.....	.....
.....	.....
.....	.....
.....	.....

خطی

۸

نگاشتهای	۲-۲
.....	.....
.....	.....
.....	.....
.....	.....

غیرخطی

۱۰

دینامیکی	سیستمهای	در	اولیه	مفاهیم	۲-۳
.....	.....	.....	.....	.....	.....
.....	.....	.....	.....	.....	.....
.....	.....	.....	.....	.....	.....

غیرخطی

۱۱

نقاط	۲-۳-۱
.....	.....
.....	.....
.....	.....

ثابت

۱۱

دو شاخه -	۲-۳-۲
.....	.....
.....	.....
.....	.....

شدگی

	.....	.....
	..... ۱۳ .....	.....
حلقه هاي		..... ۲-۳-۳
	.....	..... محدود
	.....	.....
	..... ۱۹ .....	.....
		..... ۲-۳-۴
	.....	..... آشوب
	.....	.....
	..... ۲۰ .....	.....
		..... ۲-۳-۵
	.....	..... فراكتالها
	.....	.....
	..... ۲۲ .....	.....
فضاي		..... ۲-۴
	.....	..... فاز
	.....	.....
	..... ۲۳ .....	.....
نماي		..... ۲-۵
	.....	..... لياپانوف
	.....	.....
	..... ۲۴ .....	.....
		..... ۲-۶
	.....	..... آنتروپي
	.....	.....
	..... ۲۶ .....	.....
کلموگروف-	.....	..... ۲-۶-۱
	.....	..... سينايي
	.....	.....
	..... ۲۶ .....	.....
ديناميک		..... ۲-۷
	.....	..... نمادي



	۳۲	
شبکه های		۲-۸-۸
		پیچیده
	۳۲	
مقیاس	شبکه های	۲-۸-۹
		آزاد
	۳۴	
Small	شبکه های	۲-۸-۱۰
		Worlds
		۳۴
با	تقابل	در
		توپولوژی
		۲-۹
		دینامیک
		۳۴
شبه	زمانی	سری
		یک
		پیچیده
		شبکه های
		۲-۹-۱
		پریودیک
	۳۴	
		۲-۹-۲
		آنالیز
		سریهای
		زمانی
		با
		استفاده
		از
		گرافهای
		پدیداری
	۳۶	
پدیداری	گراف	۲-۹-۲-۱
		افقی
		۴۳
		۲-۱۰
		رمزنگاری
	۴۷	



۲-۱۰-۱ مولد اعداد شبه رندومي برپايه پردازش تصوير و نگاشتهاي

آشوبناك ۵۱.....

۲-۱۰-۲ مولد اعداد شبه رندومي با استفاده از نگاشتهاي آشوبناك و دیناميك

نمادي ۵۵.....

### فصل سوم: بحث و نتیجه‌گیری

۳-۱ گرافهاي پيداري

دودويي .....

.....

۶۲.....

۳-۱-۱ گراف مسطح

ماكسيمال .....

.....

۶۴.....

۳-۱-۲ گراف مسطح

خطي .....

.....

۶۴.....

۳-۲ خواص آماری (توپولوژيكي) گرافهاي پيداري

دودويي .....

.....

۶۴.....

۳-۲-۱ توزيع احتمال درجه

پيداري .....

.....

۶۴.....

۳-۲-۲ توزيع احتمال ضريب خوشه-

اي .....

.....

۷۴.....

۳-۲-۳ توزیع احتمال طول پدیداری (ناپدیداری) و میانه  
پدیداری (ناپدیداری) ..... ۸۱.....

۳-۲-۳-۱ توزیع احتمال مرتبه MPG و  
LPG ..... ۸۱.....

۳-۲-۳-۲ میانه مرتبه MPG و LPG (میانه طول پدیداری و  
ناپدیداری) ..... ۸۳.....

۳-۳ تستهای استخراج شده از گراف پدیداری  
دودویی (BVG) ..... ۸۵.....

۳-۳-۱  $\chi^2$ -تست توزیع فراوانی درجه پدیداری مشاهده‌گر یک در  
BVG ..... ۸۶.....

۳-۳-۲  $\chi^2$ -تست توزیع فراوانی ضریب خوشه‌ای مشاهده‌گر یک در  
BVG ..... ۸۷.....

۳-۳-۳  $\chi^2$ -تست توزیع فراوانی مرتبه MPG و LPG در  
BVG ..... ۸۸.....

۳-۳-۴  $\chi^2$ -تست توزیع فراوانی میانه مرتبه MPG و LPG در  
BVG ..... ۸۸.....

فهرست

منابع .....  
.....  
..... ۹۱.....

# فصل اول

## مقدمه

## فصل اول

### مقدمه

سیستم‌های دینامیکی یکی از اساسی‌ترین مباحث در علم فیزیک می‌باشند. آغاز مطالعات این سیستم‌ها به اواسط سالهای ۱۶۰۰ میلادی برمی‌گردد، زمانی که نیوتن با استنتاج از قانون کپلرتوانست قوانینی را در خصوص حرکت اجسام بدست آورد و با استفاده از آنها حرکت سماوی را مورد بررسی قرار دهد. از این پس بود که مطالعه سیستم‌های دینامیکی بصورت مدلهایی از معادلات دیفرانسیل آغاز شد.

پیشرفتهای بیشتر در این زمینه با کار پوانکاره بعد از سالهای ۱۸۰۰ بدست آمد. همچنین او اولین کسی بود که تئوری آشوب<sup>۱</sup> را مطرح کرد. یعنی در سیستم‌های قطعی، رفتار غیرپریودیک، شدیداً حساس به شرایط اولیه است. در نتیجه پیشگویی روابط طولانی ممکن نیست. لورنتس در سال ۱۹۶۳ برای اینکه بینشی در مورد پیشگویی وضع هوا داشته باشد، مدل ساده شده قوانین همرفت در اتمسفر را مورد مطالعه قرار داد. او با استفاده از این قوانین، معادلاتی را ابداع کرد و دریافت که حل معادلاتش هرگز به یک حالت تعادل یا پریودیک منجر نمی‌شود. او نتیجه گرفت که این نوع سیستم‌ها در یک مدل غیرپریودیکی و بی‌نظم نوسان می‌کنند. به اینگونه سیستم‌ها، سیستم‌های دینامیکی آشوبناک می‌گویند. سیستم‌های دینامیکی آشوبناک یکی از اساسی‌ترین مباحث در فیزیک نظری می‌باشند. با توجه به تعدد کاربرد سیستم‌های دینامیکی آشوبناک همچون نظریه پردازش داده‌ها، ارتباطات دیجیتال، فشردن سازی داده‌ها، رمزنگاری و رمزگشایی و نوفه زدایی و...، همواره

مورد نظر و علاقه محققان فیزیک نظری و بیشتر پژوهشگران رشته های ریاضی و مهندسی بوده است. از مهمترین روشهای آنالیز سیستمهای دینامیکی آشوبناک و رندومی می‌توان به ابزارهای استانداردی مانند، تابع همبستگی، طیف توانی، وابستگی زمانی انحراف از استاندارد اشاره کرد. در این روشها، سیستمهای دینامیکی آشوبناک و رندومی را می‌توان با انتقال به فضای فاز و تقسیم‌بندی فضا به تعداد معینی از بلوکها، در قالب محاسبه فراوانی در بلوکها مورد بررسی قرار داد. در نتیجه می‌توان آنتروپی کولموگروف- سینایی و نمایی لیپانوف را که نشان‌دهنده وضعیت سیستم اند، برای چنین سیستمهایی بدست آورد.

روش دیگری که امروزه برای آنالیز سیستمهای دینامیکی آشوبناک و رندومی مورد استفاده قرار می‌گیرد، آنالیز با استفاده از نظریه گراف است. آغاز نظریه گراف به سده هجدهم بر می‌گردد. [اولر](#) ریاضیدان بزرگ، مفهوم گراف را برای حل [مسئله پل‌های کونیگسبرگ](#)<sup>2</sup> ابداع کرد. اما رشد و پویایی این نظریه عمدتاً مربوط به نیم سده اخیر و با رشد علم [انفورماتیک](#) بوده است. از گرافها همچنین در شبکه‌ها، شبکه‌ها پیچیده، آنالیز سیستمهای دینامیکی، نظریه اطلاعات، رمز نگاری، طراحی مدارهای الکتریکی، اصلاح هندسی خیابانها برای حل مشکل ترافیک، و... استفاده می‌شود. مهمترین کاربرد گراف، مدل‌سازی پدیده‌های گوناگون و بررسی بر روی آنهاست. یکی از روشهای آنالیز سیستمهای دینامیکی با استفاده از گراف، بازآرایی سیستم دینامیکی برپایه  $d$  گراف است. بدین صورت که یک سیستم دینامیکی با کوپلاژ مختلف (ارتباط بین اجزا سیستم دینامیکی) در نظر می‌گیریم، بطوریکه رئوس گراف نشان‌دهنده اجزا سیستم

دینامیکی و یالهای بین رئوس گراف نشاندهنده ارتباط بین اجزا سیستم دینامیکی (کوپلاژها) باشند. روش دیگر برای آنالیز سیستمهای دینامیکی با استفاده از گراف، بازآرایی سری زمانی استخراج شده از سیستم دینامیکی برپایه گراف است. بطوریکه رئوس گراف نشاندهنده مولفه های سری زمانی استخراج شده از سیستم دینامیکی و یالهای بین رئوس گراف نشاندهنده ارتباط مولفه های سری زمانی استخراج شده از سیستم دینامیکی میباشند. در فصل بعد آنرا بطور مفصل مطالعه خواهیم کرد. این روش امروزه کاربردهای فراوانی در علوم مختلف همچون نظریه اطلاعات (آنالیز دنباله های دودویی رندومی، آشوبناک، فراکتالی و ...) دارد که ما در فصل بحث و نتیجه گیری آنرا نیز بطور مفصل بیان خواهیم کرد.

# فصل دوم

## بررسی منابع و روشها

### فصل دوم : بررسی منابع و روشها

در این فصل ضمن مروری اجمالی بر تحقیقات انجام شده در زمینه سیستمهای دینامیکی<sup>3</sup>، روشهای تحقیق و نتایج بدست آمده از آنها بیان گردیده و به معرفی روشهای

مورد استفاده برای بیان مباحث پژوهش پرداخته می‌شود. بررسی پیشینه سیستمهای دینامیکی نشان می‌دهد که مطالعه این سیستمها به سال ۱۶۸۷ میلادی برمی‌گردد، زمانی که نیوتن با استنتاج از قانون کپلرتوانست قوانینی را در خصوص حرکت اجسام بدست آورد و با استفاده از آنها حرکت سماوی را مورد بررسی قرار دهد. از این پس بود که مطالعه سیستمهای دینامیکی بصورت مدلهایی از معادلات دیفرانسیل آغاز شد. از آنجا که عنوان سیستمهای دینامیکی به سیستمهایی داده می‌شود که در گذر زمان دستخوش تحول می‌شوند، لذا یک سیستم دینامیکی را می‌توان توسط سه پارامتر زمان، حالتها و قاعده‌هایی که بیانگر نحوه تحول این سیستمهاست، شکل داد. برای درک سیستم دینامیکی بایستی بر شرایط اولیه حاکم بر سیستم و شرایط مرزی آن احاطه داشت (۱۶، ۱۷). براساس این مطالعات، سیستمهای دینامیکی را با توجه به رابطهای که میان پارامتر سرعت و موقعیت در آنها وجود دارد، به دو گروه تقسیم می‌نمایند:

• **سیستمهای دینامیکی خطی:** سیستمهایی که در آنها یک رابطه خطی میان سرعت و موقعیت برقرار می‌شود، سیستمهای خطی به شمار می‌آیند. تکامل تدریجی سیستمهای دینامیکی خطی نیز فرآیندی خطی است. اگر دو جواب برای سیستم خطی داشته باشیم مجموع آنها نیز یک جواب برای سیستم است. هم چنین سیستمهای خطی از این قابلیت برخوردار هستند که آنها را می‌توان با تجزیه مسئله به اجزا کوچکتر مورد بررسی قرار داده و سپس با جمع بندی نتایج، به تحلیل کلی آنها اقدام کرد و این از جمله مواردی است که تحلیل سیستمهای خطی را آسان می‌سازد (مانند آنالیز فوریه، مباحث برهم نهی و ...). در نهایت می‌توان گفت که تجزیه و تحلیل معادلات مربوط به این سیستمها شناخته شده است.

• **سیستمهای دینامیکی غیرخطی:** در سیستمهای دینامیکی غیرخطی رابطه میان سرعت و موقعیت غیرخطی می‌باشد. در چنین سیستمی اگر دو جواب داشته باشیم مجموع آنها جواب دیگر سیستم نمی‌باشد. سیستم دینامیکی



غیرخطی را نمی‌توان به اجزا کوچکتر تقسیم نموده و هر یک را جداگانه حل کرد، بلکه باید کل سیستم را با هم و یکجا مطالعه و بررسی کرد (برای مثال، وقتی که قسمتهایی از یک سیستم تداخل می‌کنند یا با هم کار می‌کنند، یک برهمکنش غیرخطی اتفاق می‌افتد و اصل برهم نهی شکست می‌خورد). پس می‌توان گفت که معادلات مربوط به تحول در این سیستمها حل تحلیلی ندارند و یا حل تحلیلی آنها بسیار مشکل است.

برای تجزیه و تحلیل چنین معادلاتی، دینامیک غیرخطی که در سه بعد منجر به آشوب می‌گردد مورد استفاده قرار می‌گیرد؛ از اینرو برای تحلیل سیستمهای غیرخطی، آشنایی با یک سری مفاهیم اولیه مانند: نقاط ثابت<sup>4</sup> و دو شاخه شدن<sup>2</sup> (در یک بعد)، سیکلهای محدود<sup>3</sup> (در دو بعد) و فراکتالها یعنی اشکالی با ابعاد غیر صحیح (در سه بعد) لازم است. این مفاهیم در ادامه مورد بحث قرار خواهند گرفت. سیستمهای دینامیکی غیرخطی را می‌توان به دو طریق مورد مطالعه قرار داد:

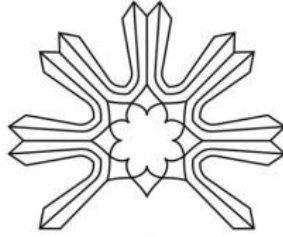
- در صورتی که تحول در سیستم نسبت به زمان به صورت پیوسته باشد از معادله دیفرانسیل استفاده می‌شود، مانند معادله نوسانگر هماهنگ میرا یا معادله گرم.

- اما اگر سیستم به صورت گسسته با زمان تحول یابد، به عبارت دیگر در صورتی که زمان به عنوان عامل جداگانه‌ای در نظر گرفته شود، سیستم در قالب نگاشتهای تکرار<sup>4</sup> مطالعه می‌گردد، مانند، نگاشت لجستیک<sup>5</sup>.

مطالعه سیستمهای دینامیکی غیرخطی هم اکنون سرلوحه مطالعات در بسیاری از علوم از جمله در: فیزیک، نجوم، ریاضیات، بیولوژی، شیمی، اقتصاد، علوم کامپیوتر، هواشناسی و علوم پزشکی می‌باشد.

از آنجائیکه توصیف سیستمهای دینامیکی گسسته در زمان با کمک معادله حالت و یا نگاشتهای تکرار

<b>Surname:</b> Sadra	<b>Name:</b> Yaser	
<b>Title of thesis:</b> An investigation of coupled chaotic dynamical systems based on Graph theory and the applications		
<b>Supervisor (s):</b> Dr. Sodeif Ahadpour Kalkhoran		
<b>Advisor (s):</b> M.Sc. Davoud Mazouri		
<b>Graduate Degree:</b> Master of Science (M.Sc.)	<b>Major:</b> Physics	
<b>Specialty:</b> Theoretical	<b>University:</b> Mohaghegh Ardabili	<b>Faculty:</b> Department of Physics
<b>Graduation date:</b> 18/9/2010	<b>Number of Pages:</b> 96	
<b>Keywords:</b> Dynamical Systems, Chaos, Random, Visibility Graph, Cryptography, Rndom Number Generators, Binary Visibility Graph.		
<b>Abstract:</b> In this thesis, first we present a brief introduction on dynamical systems. Next, we study Graph Theory. One of the branches of Graph Theory is Complex Network. Using Visibility Graph which is a complex network, we analyze the discrete chaotic and random dynamical systems and their applications in Information Theory and Cryptography. Finally, we propose two Pseudorandom Number Generators and also introduce Binary Visibility Graph, which is a new version of visibility graph.		



University Of Mohaghegh Ardabili  
Faculty of Science  
Department of Physics

**An investigation of coupled chaotic dynamical systems based  
on Graph theory and the applications**

By  
**Yaser Sadra**

Thesis

SUBMITTED TO THE GRADUATE STUDIES FOR THE  
DEGREE OF MASTER OF SCIENCE (M.SC.)

IN

THEORETICAL PHYSICS

University of Mohaghegh Ardabili

ARDABIL – IRAN

Evaluated and approved by thesis committee as:

**S. Ahadpour Kalkhoran, Ph.D., Assistant. Prof. of Physics (Chairman)**

**D. Manzouri, M.Sc., Lecturer. of Physics**

**M. R. Abolhassani, Ph.D., Assistant. Prof. of Physics**

**GH. Najarbashi, Ph.D., Assistant. Prof. of Physics**

September 2010



Faculty of Science  
Department of Physics

# **An investigation of coupled chaotic dynamical systems based on Graph theory and the applications**

## **Supervisors:**

Dr. Sodeif Ahadpour Kalkhoran

## **Advisor:**

M.Sc. Davoud Manzouri

## **By:**

Yaser Sadra

University of Mohaghegh Ardabili

**September 2010**